

تحقیق در عملیات پیشرفته

جلسه اول (پنجشنبه مورخه ۱۳۹۳/۰۷/۲۴)

منبع درس :

کتاب مباحث نوین در تحقیق در عملیات - نویسنده دکتر منصور مومنی

MCDM (تصمیم گیری چند معیاره)	فصل اول : تصمیم گیری چند شاخصه MADM
	فصل دوم : تصمیم گیری چند هدفه MODM
IA هوش مصنوعی	فصل چهار : منطق فازی
	فصل پنجم (قسمتی) : الگوریتم ژنتیک

تحقیق در عملیات : مدل سازی مسائل سازمانی به روش ریاضی - تحلیلی می باشد.

مدل سازی : توصیف چیزهایی است که می بینیم . ساختن چیزی به صورت شماتیک.

ریاضی - تحلیلی : روابط بین عناصر موضوع را بصورت ریاضی مطرح می کند. به دلیل نیاز به تحلیل روابط بین عناصر بصورت ریاضی بیان میشود .

دسته بندی کلی تحقیق در عملیات :

- ۱- مباحث عملیاتی : عینی (بهینه سازی - مانند OR در لیسانس - حل مساله -) مخصوص کارشناسان عملیاتی
- ۲- مباحث تصمیم گیری : چند بعدی و کیفی هستند - رضایت بخشی مطرح است و بهینه سازی معنی ندارد. پشتیبان تصمیم گیرنده - مخصوص مدیران میانی و عالی

تصمیمی که گرفته می شود تصمیم رضایت بخشی باشد و تصمیم هرگز نمی تواند بهینه باشد چون از هر انسان به انسان دیگری متفاوت است. (مباحث تصمیم گیری مربوط به ارشد می باشد)

تصمیم گیری چند معیاره MCDM :

- ۱- چند شاخصه (MADM) : حد نامشخص ، گزینه ها مشخص
زمانی که حد و حدود معیار مشخص نیست ولی گزینه ها محدود هستند (مثلاً ۱۰ منزل جهت خرد وجود دارد) و فقط می دانیم آنها ار داریم مانند قیمت منزل در زمان خرید ، محله ، متراژ
- ۲- چند هدفه (MODM) : حد و معیار مشخص ، گزینه ها نامشخص یا خیلی زیاد
زمانی که گزینه های خیلی زیاد یا نامشخص باشند صورتی که نتوانیم تمام گزینه ها را بررسی کنیم و از طرفی حد و حدود معیار مشخص است (مثلاً X ریال پول داریم)

منطق فازی :

منطق جدیدی است و ریاضی جدیدی درست کرده است. و ایجاد کننده آن یک ایرانی به نام لطفی زاده است.

منطق فازی تصویر کردن واقعیات بصورت مبهم و ذهنی – عدد به تابع تبدیل می شود- درک واقعی تر جهان

ژنتیک :

الگوریتم های تکاملی که از موجودات زنده دنیا آمده است- مانند مورچه که وقتی دانه ای را پیدا می کند می تواند کوتاه ترین مسیر دانه تا لانه را پیدا کند (الگوریتم مورچگان).

زنبور وقتی مستقر می شود می تواند تا چند کیلومتر را اسکن کند و بهترین گلها را شناسایی نموده و از بهترین گلها شروع به جمع آوری شهد نماید.

بر اساس کشفیات داروین بحثهای تکامل بصورت ژنتیک کار می کند. مثلاً با ترکیب چند گل یک گل جدید می سازیم . ابتدا گل کاملی نیست و بعد از چند نسل عمرش و زیباییش کامل میشود . یعنی زن هایش تکامل می یابند.

حل مسائل لاینحل ریاضی با استفاده از قواعد ساده و تصادفی ژنتیک. زمانی که مدل ریاضی مدلهای پیچیده را نمی تواند حل کند مدل ژنتیک تا ۷۰٪ به جواب بهینه می رسد.

جلسه دوم (پنجشنبه مورخه ۱۳۹۳/۰۸/۰۱)

تکنیک های تصمیم گیری چند شاخصه مبتنی بر مقایسات زوجی ساعتی (اسم فرد)

AHP (ساختار سلسله مراتبی) – ANP (ساختار شبکه ای)

اصول کلی :

۱- ساختار دهی به مساله پیچیده.

الف (تعریف متغیرهای تصمیم. (۱- عوامل یا معیارها (بر می گردد به هدف) ۲- گزینه ها یا راه حل ها) – مدل مفهومی

ب (شناسایی رابطه آنها.

۲- مقایسه زوجی به جای مقایسه کلی

ویژگی (عامل موثر)	A	B	C
A	۱	a_{AB}	a_{AC}	
B	a_{BA}	۱	a_{BC}	
C	a_{CA}	a_{CB}	۱	
.				a_{ij}
.				
	T_1	T_2		T_n

$$a_{CA} = 1/a_{AC}$$

$$T_j = \sum_i a_{ij}$$

A	۹	۷	۵	۳	۱	۳	۵	۷	۹	B
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

B تا حد زیادی از A بهتر است

A به شدت از B بهتر است

داده های مساله باید به تصمیم گیرنده نشان داده شود و تصمیم گیرنده تصمیم بگیرد

AHP برای قضاوت طراحی شده است. برای هر مقدار ارزش کمی آن را حق نداریم تعیین کنیم. مانند ده میلیون تومان در زمان خرید منزل که برای هر فردی دارای یک معنی است و حتی برای یک فرد هم در بازه های مختلف متفاوت است.

مراحل مقایسات زوجی

۱- جمع آوری داده ها و نظرات تصمیم گیرنده و تشکیل ماتریس های مقایسات زوجی .

۲- بررسی نرخ ناسازگاری ماتریسهای مقایسات زوجی .

مفهوم منطقی سازگاری: اگر بگوئیم A نسبت به B بهتر است و B از C بهتر است در نتیجه A نسبت به C خیلی بهتر است.

A:B → بهتر است

B:C → بهتر است

A:C → خیلی بهتر است

نرخ سازگاری $IR < 0.1$ قابل قبول است.

سازگاری کامل ریاضی :

A:B → X

B:C → Y

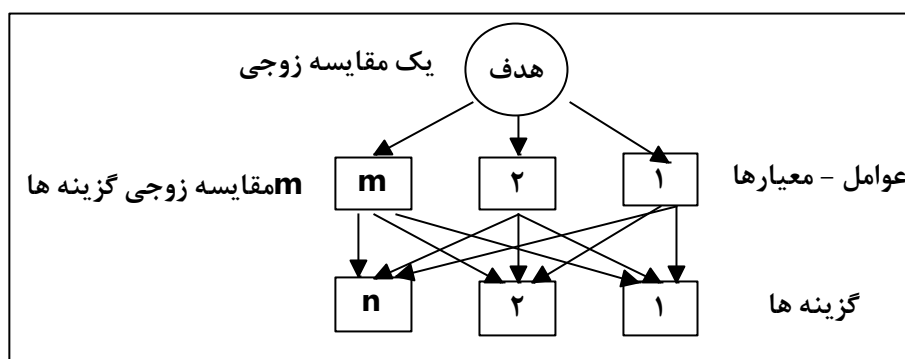
A:C → X.Y

۳- نرمال سازی (بی مقیاس سازی) ماتریس مقایسات زوجی .

$$n_{ij} = \frac{a_{ij}}{T_j}$$

۴- میانگین سطری ماتریس نرمال شده .

$$\mu = \frac{\sum_i a_{ij}}{n}$$



معیارها با توجه به هدف سنجیده شده و گزینه ها با توجه به عوامل یا معیارها سنجیده می شوند.

معیارها	هدف
گزینه ها	معیارها

به تعداد عوامل موثر بعلاوه یک مقایسه زوجی داریم.

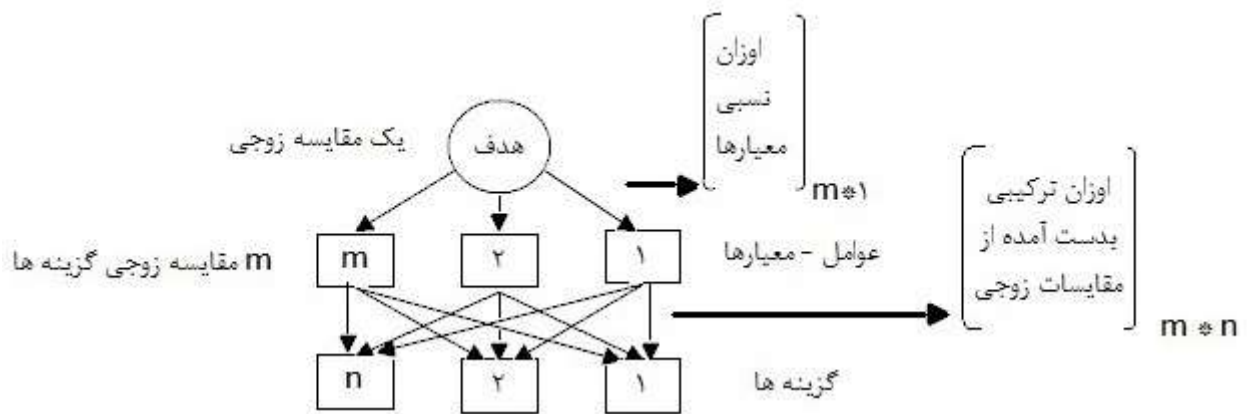
اگر در تصمیم گیری معیارها یا گزینه ها تحت تاثیر هم باشند مدل شبکه ای داریم. اگر معیارها یا گزینه ها تحت تاثیر هم نباشند مدل سلسله مراتبی داریم.

ویژگی (عامل موثر)	A	B	C	A	B	C	میانگین سطری $\mu = \frac{\sum_i a_{ij}}{n}$
A	۱	a_{AB}	a_{AC}		$n_{ij} = \frac{a_{ij}}{T_j}$				μ_1
B	a_{BA}	۱	a_{BC}						μ_2
C	a_{CA}	a_{CB}	۱						.
.				a_{ij}					.
.									μ_n
	T_1	T_2		T_n	T_1	T_2	.	T_n	وزن ترکیبی ماتریس مقایسه زوجی

تبصره :

در مورد حالتی که ماتریس مقایسات زوجی ما در حالت سازگاری کامل ($IR=0$) قرار دارد به دلیل اینکه ستونهای نرمال شده عیناً یکسان خواهد بود کافی است یکی از ستونهای ماتریس مقایسات زوجی را به دلخواه نرمال کنیم

در AHP داریم :



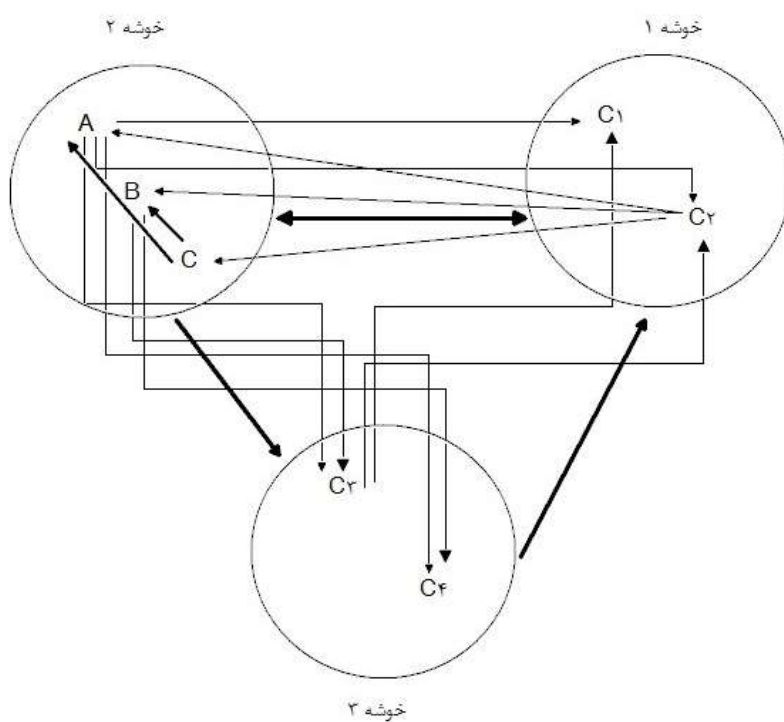
$$\text{جواب} = \begin{bmatrix} \text{وزان ترکیبی} \\ \text{بدست آمده از} \\ \text{مقایسات زوجی} \end{bmatrix}_{m \times n} * \begin{bmatrix} \text{وزان نسبی} \\ \text{معیارها} \end{bmatrix}_{m \times 1} = \begin{bmatrix} R_1 \\ R_2 \\ \vdots \\ R_i \\ R_n \end{bmatrix}_{n \times 1}$$

$R_i =$ رتبه گزینه i ام

$i = 1, 2, \dots, n$

در ANP داریم :

در ANP گروه بندی از معیارهای تصمیم انجام می دهیم.



عوامل اثر پذیر در یک خوشه	عامل اثر گذار
عوامل اثر گذار در یک خوشه	

خوشه ۲

A	C1	C2
C1	۱	
C2		۱

A	C3	C4
C3	۱	
C4		۱

B	C3	C4
C3	۱	
C4		۱

C	A	B
A	۱	
B		۱

خوشه ۱

C2	A	B	C
A	۱		
B		۱	
C			۱

خوشه ۳

C3	C1	C2
C1	۱	
C2		۱

هر مقایسه زوجی یک پرسشنامه می شود.

سوپر ماتریس : روشی است که برای استخراج نتیجه استفاده می شود.

جلسه سوم (پنجشنبه مورخه ۱۳۹۳/۰۸/۰۸)

AHP فرایند تحلیل سلسه مراتبی

مثال : خرید منزل . ۴ منزل وجود دارد و ۴ معیار انتخاب وجود دارد.(قیمت ، مساحت ، محله ، زیبایی)

		قیمت	مساحت	محله	زیبایی	
		C1	C2	C3	C4	
منزل 1	A1	120	80	خوب	متوسط	
منزل 2	A2	145	85	خوب	خوب	
منزل 3	A3	115	80	متوسط	متوسط	
منزل 4	A4	205	95	عالی	عالی	

۱- کمی سازی کیفی ها . البته در AHP الزامی نیست

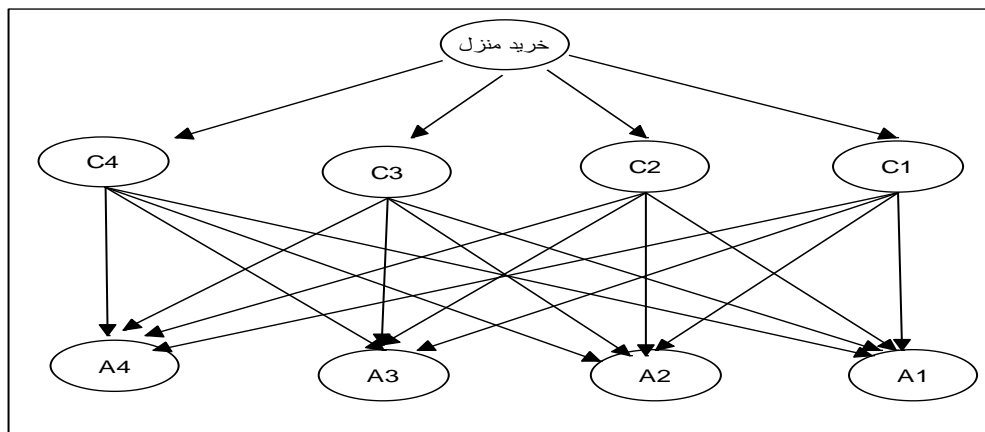
به دلیل اینکه گزینه های عالی ، خوب و متوسط داریم از طیف ۵ تایی استفاده می کنیم

عالی	خوب	متوسط	بد	خیلی بد
۹	۷	۵	۳	۱

معیارهای کیفی را در طیف ۵ تایی قرار می دهیم سپس اعداد را به کیفی ها تخصیص می دهیم.

		قیمت	مساحت	محله	زیبایی	
		C1	C2	C3	C4	
منزل 1	A1	120	80	7	5	
منزل 2	A2	145	85	7	7	
منزل 3	A3	115	80	5	5	
منزل 4	A4	205	95	9	9	

۲- ساختار



اولین مقایسه زوجی ، مقایسه زوجی معیارهاست.

		قیمت	مساحت	محله	زیبایی	
		C1	C2	C3	C4	
قیمت	C1	1				
مساحت	C2		1			
محله	C3			1		
زیبایی	C4				1	

مقایسات توسط خریدار منزل صورت می پذیرد.

طیف AH

C1 قیمت	۹	۷	۵	۳	۱	۳	۵	<u>۷</u>	۹	C2 مساحت
---------	---	---	---	---	---	---	---	----------	---	----------

مساحت از قیمت مهمتر است بنابراین در جدول در ردیف مساحت زیر ستون قیمت عدد ۷ را قرار می دهیم و معکوس آن $\frac{1}{7}$ را در ردیف قیمت و زیر ستون مساحت قرار می دهیم.

		قیمت	مساحت	محله	زیبایی
		C1	C2	C3	C4
قیمت	C1	1	1/7		
مساحت	C2	7	1		
محله	C3			1	
زیبایی	C3				1

C1 قیمت

۹	۷	۵	۳	۱	۳	<u>۵</u>	۷	۹
---	---	---	---	---	---	----------	---	---

C3 محله

محله از قیمت مهمتر است بنابراین در جدول در ردیف محله زیر ستون قیمت عدد ۵ را قرار می دهیم و معکوس آن $\frac{1}{5}$ را در ردیف قیمت و زیر ستون محله قرار می دهیم.

		قیمت	مساحت	محله	زیبایی
		C1	C2	C3	C4
قیمت	C1	1	1/7	1/5	
مساحت	C2	7	1		
محله	C3	5		1	
زیبایی	C3				1

C1 قیمت

۹	۷	۵	۳	۱	<u>۳</u>	۵	۷	۹
---	---	---	---	---	----------	---	---	---

C4 زیبایی

زیبائی از قیمت مهمتر است بنابراین در جدول در ردیف زیبایی زیر ستون قیمت عدد ۳ را قرار می دهیم و معکوس آن $\frac{1}{3}$ را در ردیف قیمت و زیر ستون زیبایی قرار می دهیم.

		قیمت	مساحت	محله	زیبایی
		C1	C2	C3	C4
قیمت	C1	1	1/7	1/5	1/3
مساحت	C2	7	1		
محله	C3	5		1	
زیبایی	C3	3			1

C2 مساحت	۹	۷	<u>۵</u>	۳	۱	۳	۵	۷	۹	C3 محله
----------	---	---	----------	---	---	---	---	---	---	---------

مساحت از محله مهمتر است بنابراین در جدول در ردیف مساحت زیر ستون محله عدد ۵ را قرار می دهیم و معکوس آن $\frac{1}{5}$ را در ردیف محله و زیر ستون مساحت قرار می دهیم.

		قیمت	مساحت	محله	زیبایی	
		C1	C2	C3	C4	
قیمت	C1	1	1/7	1/5	1/3	
مساحت	C2	7	1	5		
محله	C3	5	1/5	1		
زیبایی	C3	3			1	

C2 مساحت	۹	۷	<u>۵</u>	۳	۱	۳	۵	۷	۹	C4 زیبایی
----------	---	---	----------	---	---	---	---	---	---	-----------

مساحت از زیبایی مهمتر است بنابراین در جدول در ردیف مساحت زیر ستون زیبایی عدد ۵ را قرار می دهیم و معکوس آن $\frac{1}{5}$ را در ردیف زیبایی و زیر ستون مساحت قرار می دهیم.

		قیمت	مساحت	محله	زیبایی	
		C1	C2	C3	C4	
قیمت	C1	1	1/7	1/5	1/3	
مساحت	C2	7	1	5	5	
محله	C3	5	1/5	1		
زیبایی	C3	3	1/5		1	

C3 محله	۹	۷	۵	<u>۳</u>	۱	۳	۵	۷	۹	C4 زیبایی
---------	---	---	---	----------	---	---	---	---	---	-----------

محله از زیبایی مهمتر است بنابراین در جدول در ردیف محله زیر ستون زیبایی عدد ۳ را قرار می دهیم و معکوس آن $\frac{1}{3}$ را در ردیف زیبایی و زیر ستون محله قرار می دهیم.

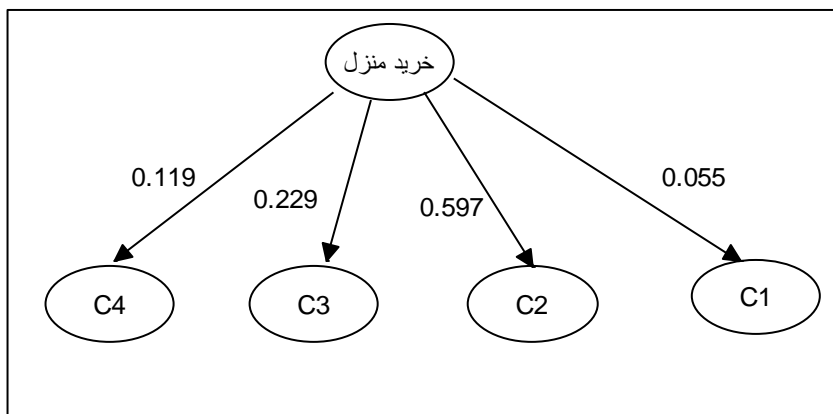
		قیمت	مساحت	محله	زیبایی
		C1	C2	C3	C4
قیمت	C1	1	1/7	1/5	1/3
مساحت	C2	7	1	5	5
محله	C3	5	1/5	1	3
زیبایی	C3	3	1/5	1/3	1

۳- ستونها را جمع می‌زنیم و جهت درج مقادیر جدول بعد عدد هر ردیف را بر جمع ستون خودش تقسیم می‌کنیم.

		قیمت	مساحت	محله	زیبایی	قیمت	مساحت	محله	زیبایی
		C1	C2	C3	C4	C1	C2	C3	C4
قیمت	C1	1	1/7	1/5	1/3	1/16	5/54	3/98	1/28
مساحت	C2	7	1	5	5	7/16	35/54	75/98	15/28
محله	C3	5	1/5	1	3	5/16	7/54	15/98	9/28
زیبایی	C3	3	1/5	1/3	1	3/16	7/54	5/98	3/28
		16	<u>54</u>	<u>98</u>	<u>28</u>	1	1	1	1
			35	15	3				

۴- ردیف‌ها را جمع می‌زنیم و حاصل را بر تعداد اعداد جمع زده تقسیم می‌کنیم (میانگین) و در جدول بعد درج می‌کنیم

		قیمت	مساحت	محله	زیبایی	قیمت	مساحت	محله	زیبایی	میانگین	
		C1	C2	C3	C4	C1	C2	C3	C4	سطری	
قیمت	C1	1	1/7	1/5	1/3	1/16	5/54	3/98	1/28	0.055	W1
مساحت	C2	7	1	5	5	7/16	35/54	75/98	15/28	0.597	W2
محله	C3	5	1/5	1	3	5/16	7/54	15/98	9/28	0.229	W3
زیبایی	C3	3	1/5	1/3	1	3/16	7/54	5/98	3/28	0.119	W4
		16	<u>54</u>	<u>98</u>	<u>28</u>	1	1	1	1	1	
			35	15	3						



بررسی عامل اثر گذار قیمت بر اساس نظر تصمیم گیرنده

										میانگین	
قیمت	C1	A1	A2	A3	A4	A1	A2	A3	A4	سطری	
	A1	1	3	1/3	5	15/68	15/36	7/38	5/18	0.275	
	A2	1/3	1	1/3	5	5/68	5/36	7/38	5/18	0.169	
	A3	3	3	1	7	45/68	15/36	21/38	7/18	0.505	
	A4	1/5	1/5	1/7	1	3/68	1/36	3/38	1/18	0.051	
		68	36	38	18	1	1	1	1	1	
		15	5	21	1						

بررسی عامل اثر گذار قیمت در خرید منزل (منزل ۴)

A1 منزل اول	۹	۷	۵	<u>۳</u>	۱	۳	۵	۷	۹	A2 منزل دوم
----------------	---	---	---	----------	---	---	---	---	---	-------------

A1 منزل اول	۹	۷	۵	۳	۱	<u>۳</u>	۵	۷	۹	A3 منزل سوم
----------------	---	---	---	---	---	----------	---	---	---	-------------

A1 منزل اول	۹	۷	<u>۵</u>	۳	۱	۳	۵	۷	۹	A4 منزل چهارم
----------------	---	---	----------	---	---	---	---	---	---	------------------

اگر می خواستیم از خود قیمت ها جهت مقایسه زوجی خانه ها استفاده کنیم چون قیمت یک معیار منفی است (کمتر آن بهتر است) لازم است که مقادیر را ابتدا معکوس و سپس تقسیم کنیم ولی در مورد مثلاً مساحت که یک معیار مثبت است لازم نیست معکوس کنیم.

A2 منزل دوم	۹	۷	۵	۳	۱	<u>۳</u>	۵	۷	۹	A3 منزل سوم
----------------	---	---	---	---	---	----------	---	---	---	-------------

A2 منزل دوم	۹	۷	<u>۵</u>	۳	۱	۳	۵	۷	۹	A4 منزل چهارم
----------------	---	---	----------	---	---	---	---	---	---	------------------

A3 منزل سوم	۹	<u>۷</u>	۵	۳	۱	۳	۵	۷	۹	A4 منزل چهارم
----------------	---	----------	---	---	---	---	---	---	---	------------------

بررسی عامل اثر گذار مساحت بر اساس نظر تصمیم گیرنده

میانگین	A1	A2	A3	A4	A1	A2	A3	A4	میانگین
سطری	A1	A2	A3	A4	A1	A2	A3	A4	سطری
0.096	1	1/5	1	1/3	1/14	3/98	1/12	35/176	0.096
0.220	5	1	3	1/5	5/14	15/98	3/12	21/176	0.220
0.073	1	1/3	1	1/7	1/14	5/98	1/12	15/176	0.073
0.611	7	5	7	1	7/14	75/98	7/12	105/176	0.611
1	14	98	12	176	1	1	1	1	1
	1	15	1	105					

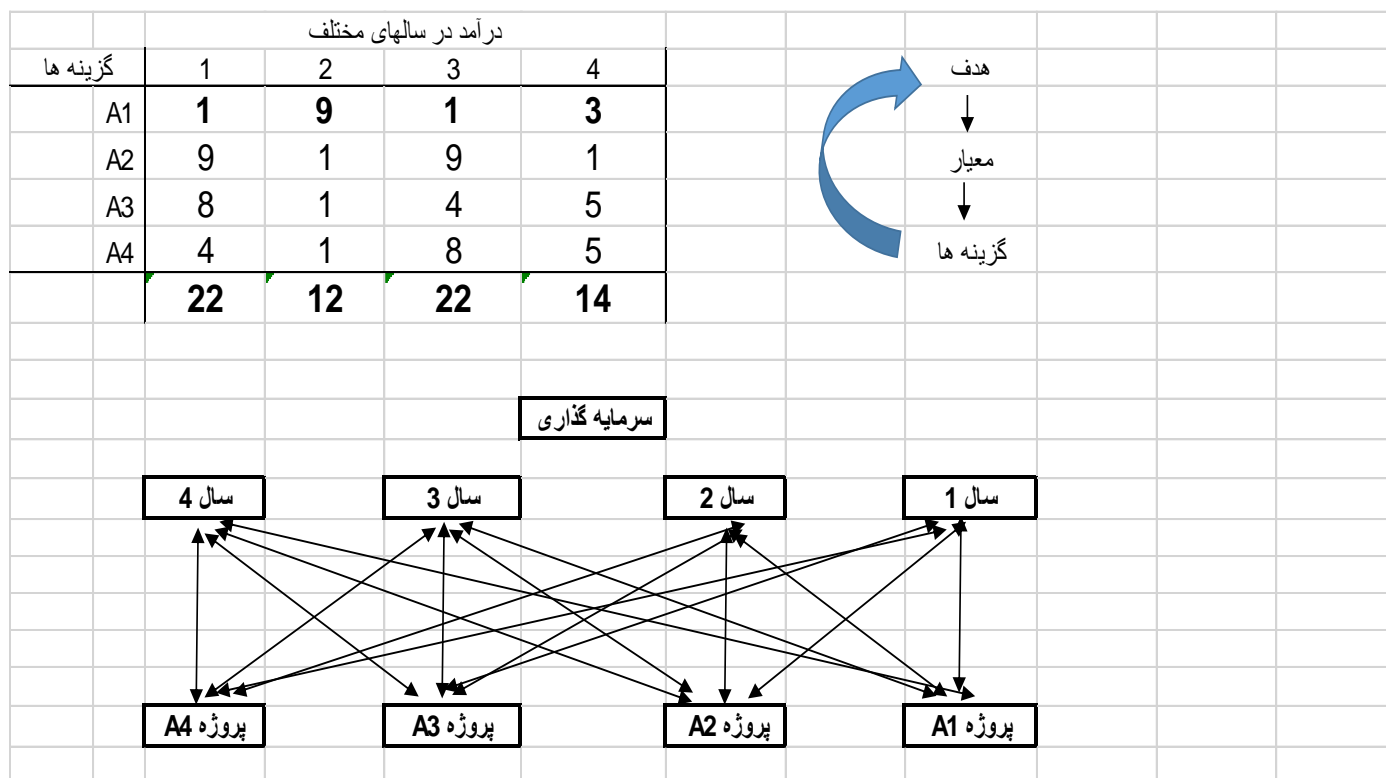
بررسی عامل اثر گذار محله بر اساس نسبت

میانگین	A1	A2	A3	A4	A1	A2	A3	A4	میانگین
سطری	A1	A2	A3	A4	A1	A2	A3	A4	سطری
0.250	1	1	7/5	7/9	7/28	7/28	7/28	7/28	0.250
0.250	1	1	7/5	7/9	7/28	7/28	7/28	7/28	0.250
0.179	5/7	5/7	1	5/9	5/28	5/28	5/28	5/28	0.179
0.321	9/7	9/7	9/5	1	9/28	9/28	9/28	9/28	0.321
1	28	28	28	28	1	1	1	1	1
	7	7	5	9					

		میانگین									
زیبایی	C4	A1	A2	A3	A4	A1	A2	A3	A4	سطری	
	A1	1	5/7	1	5/9	5/26	5/26	5/26	5/26	0.192	
	A2	7/5	1	7/5	7/9	7/26	7/26	7/26	7/26	0.269	
	A3	1	5/7	1	5/9	5/26	5/26	5/26	5/26	0.192	
	A4	9/5	9/7	9/5	1	9/26	9/26	9/26	9/26	0.347	
		<u>26</u>	<u>26</u>	<u>26</u>	<u>26</u>	1	1	1	1	1	
		5	7	5	9						

	اوزان ترکیبی بدست آمده از مقایسات زوجی				اوزان نسبی معیارها	رتبه گزینه ها			
	0.275	0.096	0.25	0.192	0.055	0.152535			
	0.169	0.22	0.25	0.269	0.597	0.229896			
	0.505	0.073	0.179	0.192	0.229	0.135195			
	0.051	0.611	0.321	0.347	0.119	0.482374	جواب		

می خواهیم از بین چهار پروژه A,B,C,D یکی را انتخاب کنیم . درآمد این پروژه ها در سالهای مختلف به گونه جدول زیر است . با روش AHP و ANP گزینه ها را رتبه بندی کنید . کدامیک از این دو روش نتایج درستی می دهد؟ چرا؟



اوزان ترکیبی پروژه ها در سال اول					
سال 1	A1	A2	A3	A4	Wi 1
A1	1	1/9	1/8	1/4	1/22
A2	9	1	9/8	9/4	9/22
A3	8	8/9	1	2	4/11
A4	4	4/9	1/2	1	2/11
	22				1

اوزان ترکیبی پروژه ها در سال دوم						
سال 2	A1	A2	A3	A4	Wi 2	
A1	1	9	9	9	9/12	
A2	1/9	1	1	1	1/12	
A3	1/9	1	1	1	1/12	
A4	1/9	1	1	1	1/12	
		12			1	

اوزان ترکیبی پروژه ها در سال سوم						
سال 3	A1	A2	A3	A4	Wi 3	
A1	1	1/9	1/4	1/8	1/22	
A2	9	1	9/4	9/8	9/22	
A3	4	4/9	1	1/2	4/22	
A4	8	8/9	2	1	8/22	
	22				1	

اوزان ترکیبی پروژه ها در سال چهارم						
سال 4	A1	A2	A3	A4	Wi 4	
A1	1	3	3/5	3/5	3/14	
A2	1/3	1	1/5	1/5	1/14	
A3	5/3	5	1	1	5/14	
A4	5/3	5	1	1	5/14	
		14			1	

اوزان ترکیبی پروژه ها Wi j				
	1/22	9/12	1/22	3/14
	9/22	1/12	9/22	1/14
	4/11	1/12	4/22	5/14
	2/11	1/12	8/22	5/14

اوزان ترکیبی سالها برای پروژه اول					
A1	1	2	3	4	W 1 j
1	1	1/9	1	1/3	1/14
2	9	1	9	3	9/14
3	1	1/9	1	1/3	1/14
4	3	1/3	3	1	3/14
	14				1

اوزان ترکیبی سالها برای پروژه دوم					
A2	1	2	3	4	W 2 j
1	1	9	1	9	9/20
2	1/9	1	1/9	1	1/20
3	1	9	1	9	9/20
4	1/9	1	1/9	1	1/20
		20			1

اوزان ترکیبی سالها برای پروژه سوم					
A3	1	2	3	4	W 3 j
1	1	8	2	8/5	4/9
2	1/8	1	1/4	1/5	1/18
3	1/2	4	1	4/5	2/9
4	5/8	5	5/4	1	5/18
		18			1

اوزان ترکیبی سالها برای پروژه چهارم					
A4	1	2	3	4	W 4 j
1	1	4	1/2	4/5	2/9
2	1/4	1	1/8	1/5	1/18
3	2	8	1	8/5	4/9
4	5/4	5	5/8	1	5/18
		18			1

اوزان ترکیبی سالها Wji				
	1/14	9/20	4/9	2/9
	9/14	1/20	1/18	1/18
	1/14	9/20	2/9	4/9
	3/14	1/20	5/18	5/18

سوپر ماتریس									
	1	2	3	4	A 1	A 2	A 3	A 4	
1	0	0	0	0	1/14	9/20	4/9	2/9	
2	0	0	0	0	9/14	1/20	1/18	1/18	
3	0	0	0	0	1/14	9/20	2/9	4/9	سالها
4	0	0	0	0	3/14	1/20	5/18	5/18	↑ ↓
A 1	1/22	9/12	1/22	3/14	0	0	0	0	پروژه ها
A 2	9/22	1/12	9/22	1/14	0	0	0	0	
A 3	4/11	1/12	2/11	5/14	0	0	0	0	
A 4	2/11	1/12	4/11	5/14	0	0	0	0	

ماتریس باید به توان برسد . که در این مساله به توان ۱۳۷ می رسد.

زنجیره مارکوف

پایایی : ماتریس * ماتریس = خودش

ماتریس باید به تعداد زیاد در خودش ضرب شود تا به پایایی برسد. دلیل توان فرد انتخاب کردن حفظ ساختار سوپر ماتریس است.

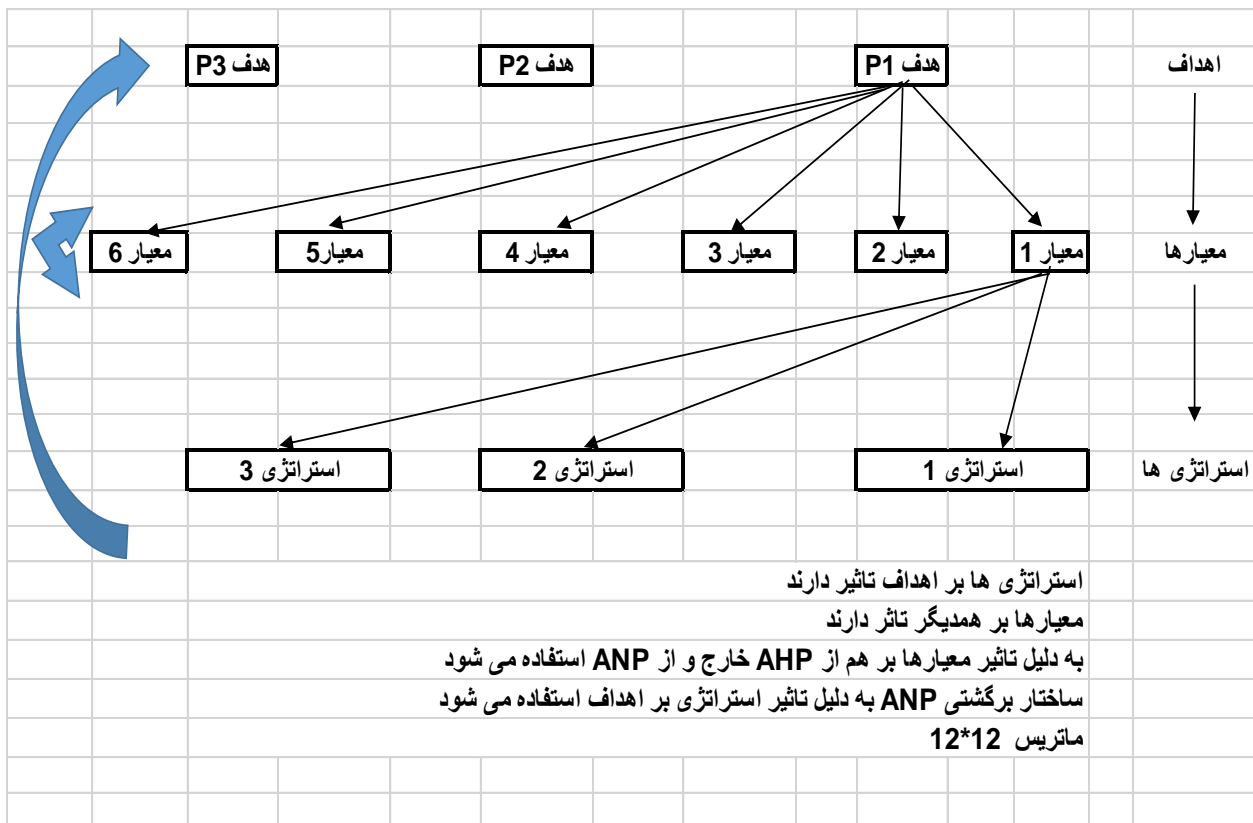
$$[w] \lim_{k \rightarrow \infty} 2k+1$$

سوپر ماتریس به توان ۱۳۷ شده است									
	1	2	3	4	A 1	A 2	A 3	A 4	
1	0	0	0	0	0.31	0.31	0.31	0.31	W1=0.31
2	0	0	0	0	0.17	0.17	0.17	0.17	W2=0.17
3	0	0	0	0	0.31	0.31	0.31	0.31	W3=0.31
4	0	0	0	0	0.2	0.2	0.2	0.2	W4=0.2
A 1	0.2	0.2	0.2	0.2	0	0	0	0	R1=0.2
A 2	0.29	0.29	0.29	0.29	0	0	0	0	R2=0.29
A 3	0.22	0.22	0.22	0.22	0	0	0	0	R3=0.22
A 4	0.26	0.26	0.26	0.26	0	0	0	0	R4=0.26

روش دوم جهت تست W_i ها

درآمد در سالهای مختلف										
گزینه ها	1	2	3	4						
A1	1	9	1	3						
A2	9	1	9	1						
A3	8	1	4	5						
A4	4	1	8	5						
	22	12	22	14	70					
اوزان ترکیبی پروژه ها W_{ij}										
$22/70=0.31$	1/22	9/12	1/22	3/14	*	0.31	=	0.2		
$12/70=0.17$	9/22	1/12	9/22	1/14		0.17		0.29		
$22/70=0.31$	4/11	1/12	4/22	5/14		0.31		0.22		
$14/70=0.20$	2/11	1/12	8/22	5/14		0.2		0.26		

سازمان ۳ هدف دارد ، با توجه به ادبیات موضوع ۶ معیار و ۳ استراتژی دارد ، و معیارها بر هم تاثیر می گذارند.



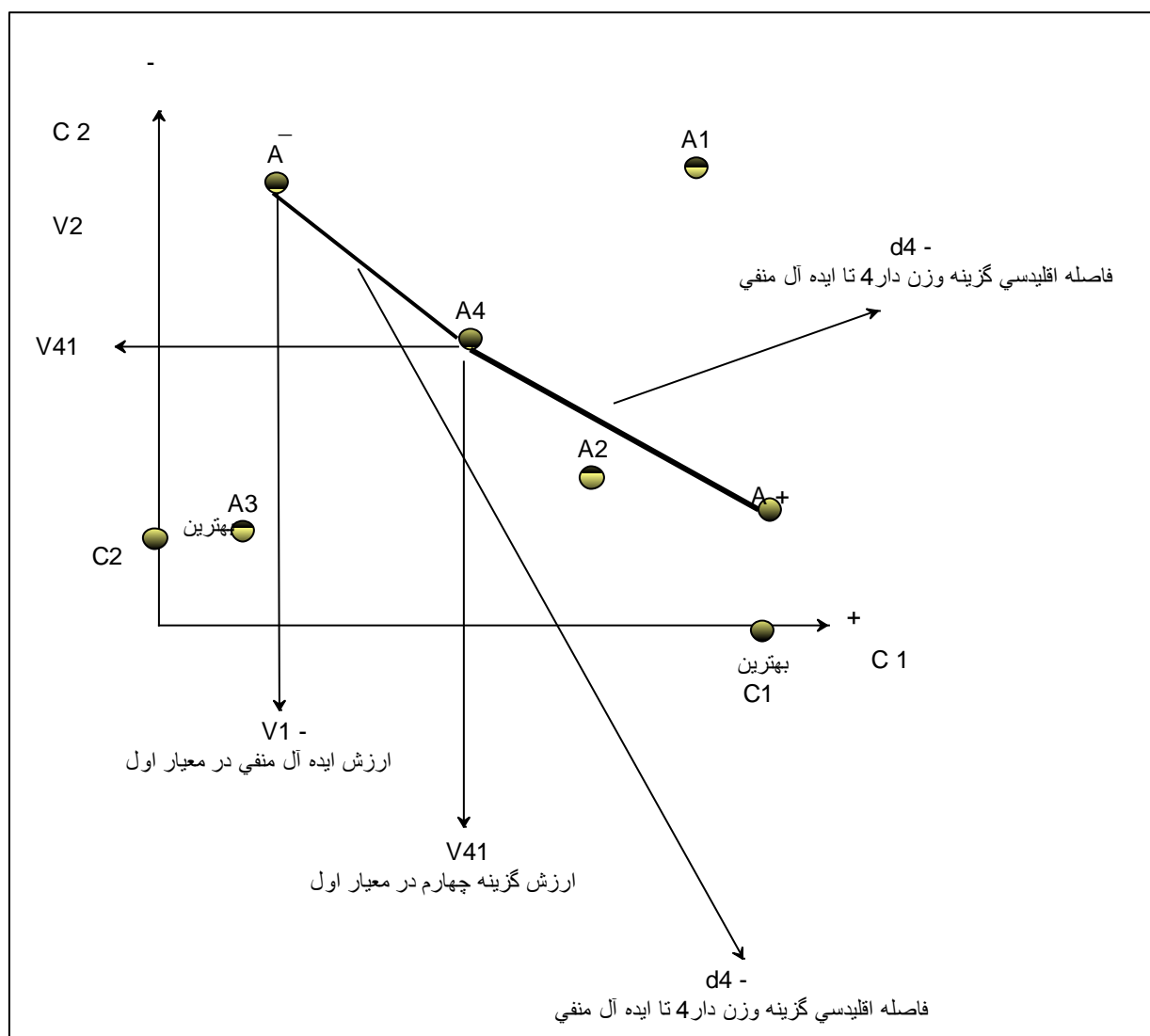
سوپر ماتریس ۱۲*۱۲												
	P1	P2	P3	C1	C2	C3	C4	C5	C6	A1	A2	A3
P1												
P2		0					0				مقدار دارد	
P3												
C1												
C2												
C3						مقدار دارد					0	
C4						از Dematel استفاده میشود						
C5												
C6												
A1												
A2			0				مقدار دارد				0	
A3												

استراتژی 2 تایید شد

مزایای روش TOSIS :

ساده بودن ، قدرت محاسباتی بالا ، دیدن کوچکترین تفاوتها ، داده های کمی و کیفی ، بر خلاف AHP متکی بر برداشت متقاضی نیست

مقایسه زوجی ندارد و مبتنی بر مقایسه فاصله ای است ، دو ارزشی می باشد (ایده آل مثبت + و ایده آل منفی -) ، بر اساس فاصله گزینه ها از ایده آل + و - تصمیم می گیرد ، از نظر محاسباتی فاصله های مختصاتی اقلیدسی را محاسبه می کند .



A+ راه حل ایده آل مثبت در تمام معیارها بهترین وضعیت موجود در گزینه ها را دارد

A- راه حل ایده آل منفی در تمام معیارها بدترین وضعیت موجود در گزینه ها را دارد

گزینه ای انتخاب می شود که فاصله کمتری با A+ و فاصله بیشتری با A- داشته باشد.

$$Cl_i = \frac{d_i^-}{d_i^- + d_i^+}$$

$$d_i^- = \sqrt{\sum_{k=1}^n (V_{ik} - V_k^-)^2}$$

$$d_i^+ = \sqrt{\sum_{k=1}^n (V_{ik} - V_k^+)^2}$$

$$d_4^- = \sqrt{(V_{41} - V_1^-)^2 + (V_{42} - V_2^-)^2}$$

مثال :

مراحل :

- ۱- کمی سازی
- ۲- نرمال سازی به روش خطی
- ۳- موزون سازی- اعمال وزنها
- ۴- تعیین راه حل های ایده آل مثبت و منفی
- ۵- محاسبه فاصله گزینه ها از راه حل ایده آل مثبت
- ۶- محاسبه سطح نزدیکی (درجه برتری) گزینه ها (C_{li})

		درآمد در سالهای مختلف													
معیارها گزینه ها		C1 -	C2	C3											
	A1	100	50	5		مرحله اول : کمی سازی (که نداریم)									
	A2	112	60	7											
	A3	80	40	5											
						مرحله دوم : نرمال سازی به روش خطی									
معیارها گزینه ها		C1 -	C2	C3	C1 -	C2	C3								
	A1	100	50	5	0.59	0.6	0.5								
	A2	112	60	7	0.66	0.7	0.7								
	A3	80	40	5	0.47	0.4	0.5								
$\sqrt{\sum a^2_{ij}}$		170.30	87.75	9.95											
		D			N										
جمع غیرخطی															

		مرحله 3 : موزون سازی		
معیارها گزینه ها		C1 -	C2	C3
A1		(0.59*0.3)/0.177	0.114	0.25
A2		(0.66*0.3)/0.198	0.136	0.35
A3		0.141	0.92	0.25
			ماتریس V	=
				ماتریس N
				* ماتریس قطری وزن ها
معیارها گزینه ها		C1 -	C2	C3
A1		(0.59*0.3)/0.177	0.114	0.25
A2		(0.66*0.3)/0.198	0.136	0.35
A3		0.141	0.92	0.25
ایده آل مثبت		0.141	0.136	0.35
ایده آل منفی		0.198	0.92	0.25

چون c1 منفی است در ایده آل مثبت کمترین عدد و در ایده آل منفی بزرگترین عدد را انتخاب می کنیم

$$A^+ = \{ \max (V_{ij}) \mid j \in S^+ ; \min (V_{ij}) \mid j \in S^- \}$$

$$A^- = \{ \min (V_{ij}) \mid j \in S^+ ; \max (V_{ij}) \mid j \in S^- \}$$

مرحله ۵ :

$$d_i^+ = \sqrt{\sum_{k=1}^m (v_{ik} - v_{ik}^+)^2} = \sqrt{(0.177 - 0.144)^2 + (0.144 - 0.136)^2 + (0.25 - 0.35)^2} = 0.43$$

$$d_i^- = \sqrt{\sum_{k=1}^m (v_{ik} - v_{ik}^-)^2} = \sqrt{(0.177 - 0.198)^2 + (0.144 - 0.92)^2 + (0.25 - 0.25)^2} = 0.22$$

مرحله ۶ :

$$Cl_i = \frac{d_i^-}{d_i^- + d_i^+} = \frac{0.22}{0.22 + 0.43} = \frac{0.22}{0.65} = 0.338$$

معیارها گزینه ها		C1 -	C2	C3	d i+	d i -	Cl i
A1					0.43	0.2	0.338
A2							
A3							

روش پرومتهی PROMETHEE

رویکرد کلی مقایسه زوجی فاصله ای است (نه نسبی) - فاصله برتری است نه عدم برتری - مبتنی بر توابع ارجحیت است

		درآمد در سالهای مختلف				
تابع (معیار)		f1	f2	f	f	fn
اقدام (گزینه)						
a 1		$f_1(a_1)$				
a 2						
.		$f_k(a_i)$				
.						
.						
a n						

مقدار اقدام i ام در تابع $f_k(a_i) = k$

فاصله (برتری در صورت وجود) گزینه i از گزینه j در معیار k ام $d_k(a_i, a_j) = f_k(a_i) - f_k(a_j)$

بطور کلی: $d_k(a_i, a_j) * d_k(a_j, a_i) = 0$

برای توابع (معیارهای) منفی میزان برتری مقداری منفی است در نتیجه باید قدر مطلق آن لحاظ شود.

مرحله ۱: محاسبه فاصله های برتری گزینه ها در تمام معیارهای ام $d_k(a_i, a_j)$

مرحله ۲: وارد کردن فاصله ها در توابع ارجحیت

تابع ارجحیت چیست: (تابعی که مقداری بین صفر و یک [0,1] می دهد و از مشخصه هایی چون آستانه برتری و بی تفاوتی برخوردار است.) و همزمان داده های اولیه حاصل از فواصل را بی مقیاس می کند و ترجیحات تصمیم گیرنده در تفسیر فاصله ها را لحاظ میکند.

$$\rho(x) = [0, 1]$$

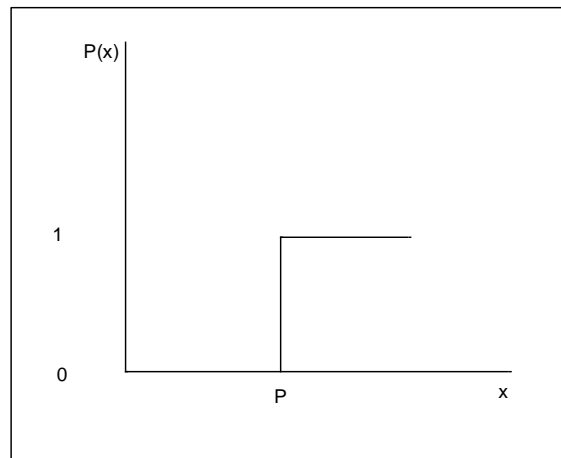
بدست آوردن درجه ارجحیت زوجی تک معیاری

درجه ارجحیت زوجی تک معیاره: $\pi_k = (a_i, a_j) = \rho_k [d_k(a_i, a_j)] = [0, 1]$

انواع توابع ارجحیت :

۱- تابع عادی

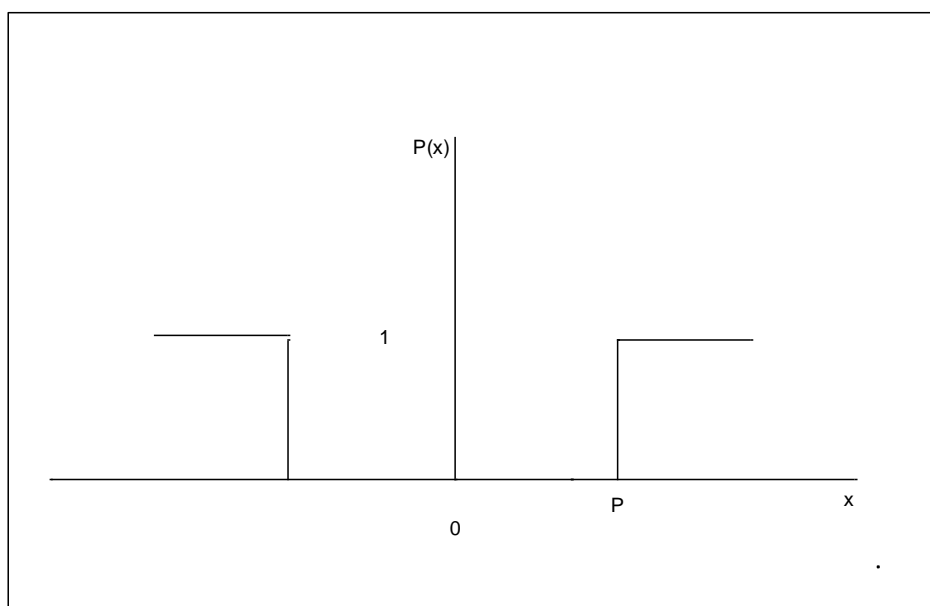
$$\rho(x) = \begin{cases} 0 & , \quad x < \rho \\ 1 & , \quad x \geq \rho \end{cases}$$



۲- تابع U شکل

مانند تابع عادی است فقط قدر مطلق می باشد.

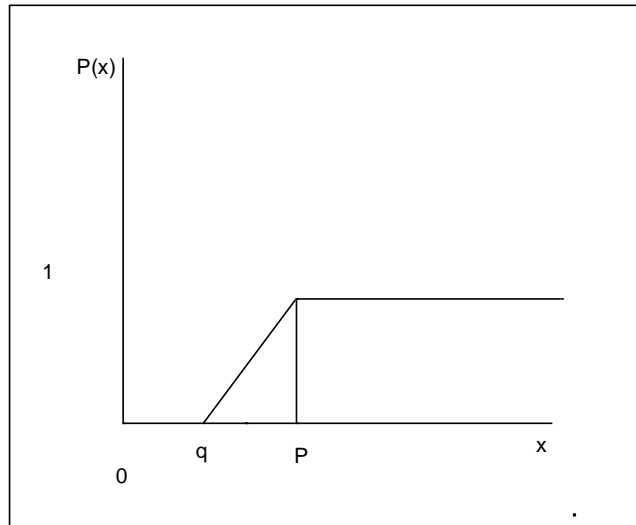
$$\rho(x) = \begin{cases} 0 & , \quad |x| < \rho \\ 1 & , \quad |x| \geq \rho \end{cases}$$



مانند تغییر درجه هوا که بالا رفتن یا پائین آمدن درجه هوا مهم نیست بلکه تغییرات آن مهم است.

۳- تابع خطی ساده

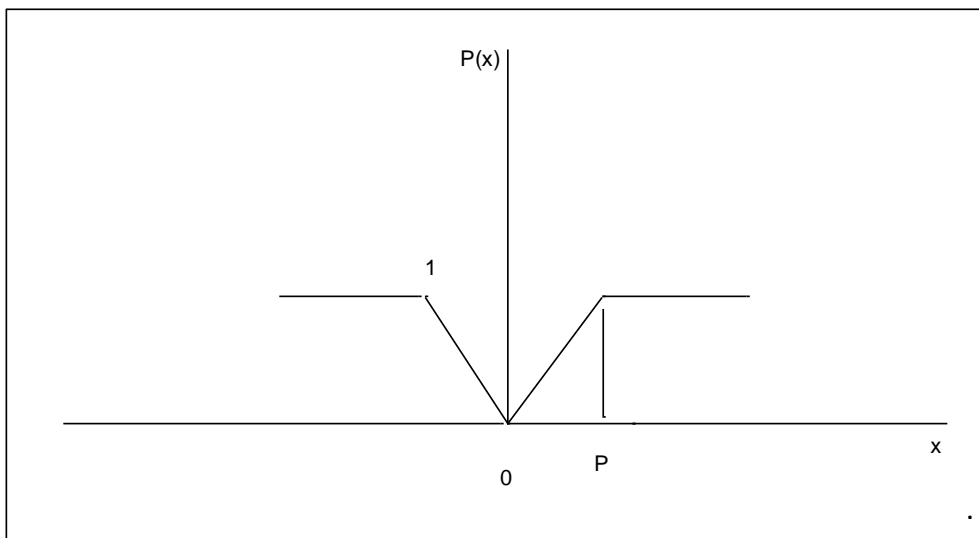
$$\rho(x) = \begin{cases} 0 & , \quad x < q \\ \frac{x-q}{p-q} & , \quad q \leq x < p \\ 1 & , \quad x \geq p \end{cases}$$



مثال : تا دو میلیون تومان اختلاف بی معنی است و از ۲ تا ۲۰ میلیون بین صفر و یک و مازاد بیست میلیون یک می باشد

۴- تابع V شکل

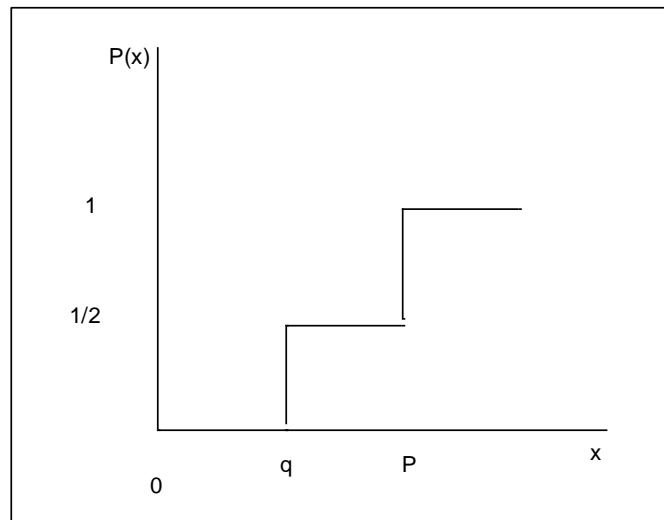
$$\rho(x) = \begin{cases} \frac{|x|}{p} & , \quad |x| < p \\ 1 & , \quad |x| \geq p \end{cases}$$



۵- تابع پله ای

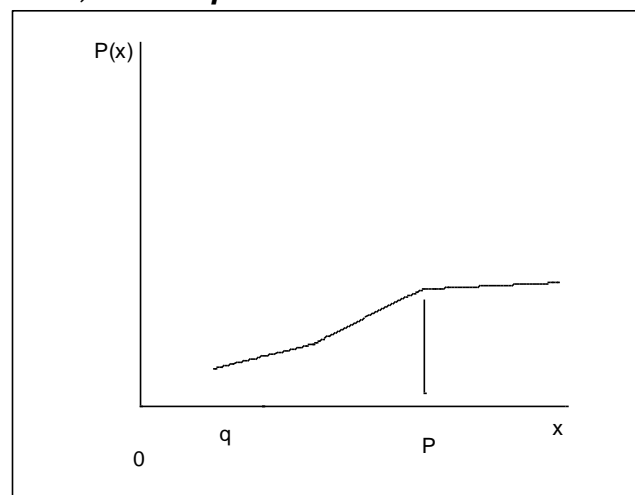
$$\rho(x) = \begin{cases} 0 & , \quad x < q \\ \frac{1}{2} & , \quad q < x < \rho \\ 1 & , \quad x \geq \rho \end{cases}$$

مقدار $\frac{1}{2}$ بستگی به تعداد پله ها دارد



۶- تابع گوسی (از تابع گوسی به دست می آید)

$$\rho(x) = \begin{cases} 0 & , \quad x < q \\ 1 - e^{-\frac{x}{2\sigma^2}} & , \quad q < x < \rho \\ 1 & , \quad x \geq \rho \end{cases}$$



مرحله ۳: محاسبه درجه ارجحیت چند معیاره

$$\pi = (a_i, a_j) = \sum w_k \pi_k(a_i, a_j)$$

w_k = وزن معیار k ام

مرحله ۴: محاسبه جریانهای ارجحیت. برتری یک گزینه بر سایر گزینه ها یا سایر گزینه ها بر یک گزینه

جریان ارجحیت مثبت: برتری های گزینه a_i بر سایر گزینه ها (تمام سایر گزینه ها) ----- $\varphi^+(a_i)$

جریان ارجحیت منفی: برتری های تمام سایر گزینه ها به گزینه a_i ----- $\varphi^-(a_i)$

جریان خالص: $\varphi(a_i) = \varphi^+(a_i) - \varphi^-(a_i)$

$$\varphi^+(a_i) = \frac{\sum_{x \neq a_i} \pi(a_i, x)}{N - 1}$$

$$\varphi^-(a_i) = \frac{\sum_{x \neq a_i} \pi(x, a_i)}{N - 1}$$

مرحله ۵: تعیین برتری های بخشی و یا در صورت لزوم برترهای خالص. ابتدا برتری های بخشی شناسایی می شوند اگر مقدور نبود سراغ برتری های خالص می رویم. گاهی اوقات نیز هر دو را انجام می دهیم.

برتری های بخشی (چند ماهیت دارد - پرومتری یک)

$$\begin{array}{ll} 1- >> \text{برتر است} ; \text{وهمزمان} & \varphi^+(a_i) \geq \varphi^+(a_j) ; \varphi^-(a_i) < \varphi^-(a_j) \Rightarrow a_i \gg a_j \\ 2- >> \text{برتر است} ; \text{وهمزمان} & \varphi^+(a_i) \geq \varphi^+(a_j) ; \varphi^-(a_i) \leq \varphi^-(a_j) \Rightarrow a_i \gg a_j \end{array}$$

برتری های خالص (پرومتری دو)

$$1- \text{اگر } \varphi(a_i) > \varphi(a_j) \Rightarrow a_i > a_j \quad ; \quad \varphi^+(a_i) > \varphi^+(a_j) ; \varphi^-(a_i) > \varphi^-(a_j)$$

برتر است با قدرت کمتری

$$2- \text{اگر } \varphi(a_i) > \varphi(a_j) \Rightarrow a_i > a_j \quad ; \quad \varphi^+(a_i) < \varphi^+(a_j) ; \varphi^-(a_i) < \varphi^-(a_j)$$

مثال : بررسی یک استاد دانشگاه

	بیان	سواد	نظم	اخلاق			
OR	f1	f2	f3	f4			
استاد 1	45	5	3	10			
استاد 2	35	7	5	8			
استاد 3	75	3	3	7			
استاد 4	50	9	1	5			
انواع تابع	max	max	max	max			
تابع ارجحیت	شکل V خطی ساده	شکل U پله ای					
q	10	-	2	-			
p	25	5	3	3			
Wk	0.3	0.4	0.1	0.2			

		بیان	سواد	نظم	اخلاق	در تابع			
i	j	f1	f2	f3	f4	f1	f2	f3	f4
استاد 1	2	10	0	0	2	0	0	0	0
	3	0	2	0	3	0	2/5	0	1
	4	0	0	2	5	0	0	1/2	1
استاد 2	1	0	2	2	0	0	2/5	1/2	0
	3	0	4	2	1	0	4/5	1/2	0
	4	0	0	4	3	0	0	1	1
استاد 3	1	30	0	0	0	1	0	0	0
	2	40	0	0	0	1	0	0	0
	4	25	0	2	2	1	0	1/2	0
استاد 4	1	5	4	0	0	0	4/5	0	0
	2	15	2	0	0	5/15	2/5	0	0
	3	0	6	0	0	0	1	0	0

جلسه هفتم (پنجشنبه مورخه ۱۳۹۳/۰۹/۰۶)

		0.3	0.4	0.1	0.2				
i	j	f1	f2	f3	f4	$\pi(a_i, a_j)$	$\Phi^+ a_i$	$\Phi^- a_i$	$\Phi^0 a_i$
استاد 1	2	0	0	0	0	0	0.203	0.276	-0.073
	3	0	2/5	0	1	0.36			
	4	0	0	1/2	1	0.25			
استاد 2	1	0	2/5	1/2	0	0.21	0.293	0.187	0.106
	3	0	4/5	1/2	0	0.37			
	4	0	0	1	1	0.3			
استاد 3	1	1	0	0	0	0.3	0.316	0.376	-0.06
	2	1	0	0	0	0.3			
	4	1	0	1/2	0	0.35			
استاد 4	1	0	4/5	0	0	0.32	0.326	0.3	0.026
	2	5/15	2/5	0	0	0.26			
	3	0	1	0	0	0.4			

$$\varphi^+ a_i = \frac{\sum \pi k(a_i, X)}{n-1}$$

$$\varphi^- a_i = \frac{\sum \pi k(X, a_i)}{n-1}$$

برای ردیف اول :

$$\varphi^+(1) = \frac{0 + 0.36 + 0.25}{4-1} = 0.203$$

اعداد صورت کسر در واقع مقدارهای $\pi(a_i, a_j)$ در ردیف همان استاد است.

$$\varphi^-(1) = \frac{0.21 + 0.3 + 0.32}{4-1} = 0.276$$

اعداد صورت کسر در واقع مقدارهای $\pi(a_i, a_j)$ در ردیفهای سایر اساتید است که شماره ز آنها با شماره i ردیف یک برابر است.

برای ردیف دوم :

$$\varphi^+(2) = \frac{0.21 + 0.37 + 0.3}{4-1} = 0.293$$

$$\varphi^-(2) = \frac{0 + 0.3 + 0.26}{4-1} = 0.187$$

برای ردیف سوم :

$$\varphi^+(3) = \frac{0.32 + 0.26 + 0.4}{4-1} = 0.316$$

$$\varphi^-(3) = \frac{0.36 + 0.37 + 0.40}{4-1} = 0.376$$

برای ردیف چهارم :

$$\varphi^+(4) = \frac{0.3 + 0.3 + 0.35}{4 - 1} = 0.326$$

$$\varphi^-(4) = \frac{0.25 + 0.3 + 0.35}{4 - 1} = 0.30$$

$$\varphi^+(1) < \varphi^+(2) \quad , \quad \varphi^-(1) > \varphi^-(2) \quad \Rightarrow \quad 2 \geq 1$$

$$\varphi^+(1) < \varphi^+(3) \quad , \quad \varphi^-(1) < \varphi^-(3) \quad \Rightarrow \quad \varphi^-(1) < \varphi^-(3) \quad \Rightarrow \quad 3 > 1$$

$$\varphi^+(1) < \varphi^+(4) \quad , \quad \varphi^-(1) < \varphi^-(4) \quad \Rightarrow \quad \varphi^-(1) < \varphi^-(4) \quad \Rightarrow \quad 4 > 1$$

$$\varphi^+(2) < \varphi^+(3) \quad , \quad \varphi^-(2) < \varphi^-(3) \quad \Rightarrow \quad \varphi^-(2) < \varphi^-(3) \quad \Rightarrow \quad 2 > 3$$

$$\varphi^+(2) < \varphi^+(4) \quad , \quad \varphi^-(2) < \varphi^-(4) \quad \Rightarrow \quad \varphi^-(2) < \varphi^-(4) \quad \Rightarrow \quad 2 > 4$$

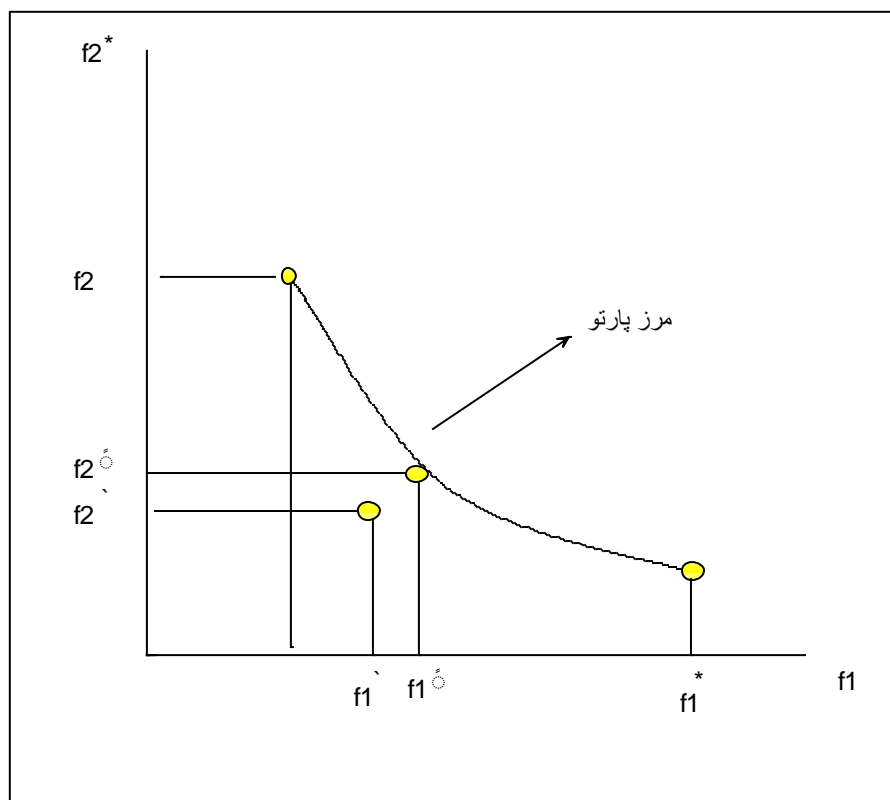
$$\varphi^+(3) < \varphi^+(4) \quad , \quad \varphi^-(3) > \varphi^-(4) \quad \Rightarrow \quad 4 \gg 3$$

$$2 > 4 \gg 3 > 1$$

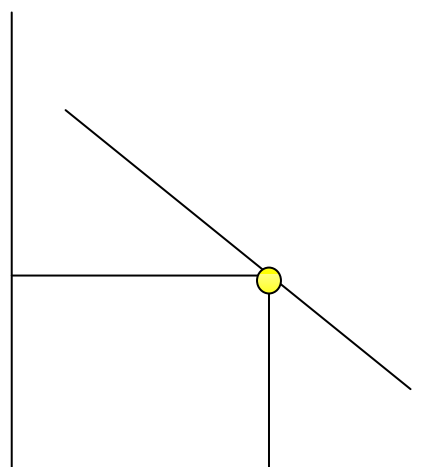
فصل دوم کتاب :

برنامه ریزی چند هدفه :

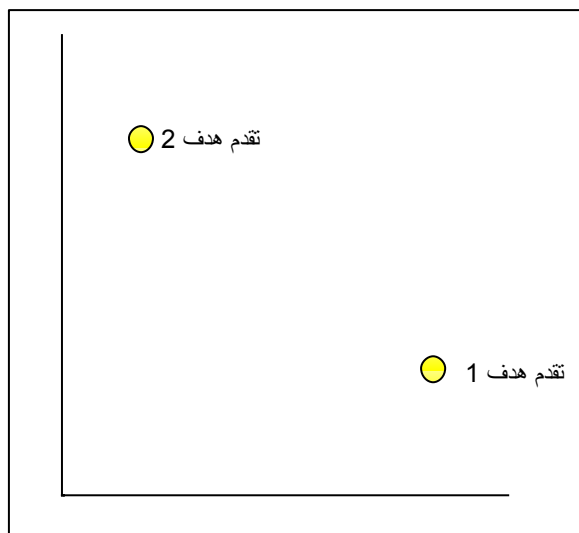
معیارها در قالب هدف دیده می شوند. زیر خط پارتو کارا نیست (منطقی نیست). روی خط انتخابهای زیادی وجود دارد. نقاط خارج از خط یا بهینه نیستند یا منطقی نیستند.



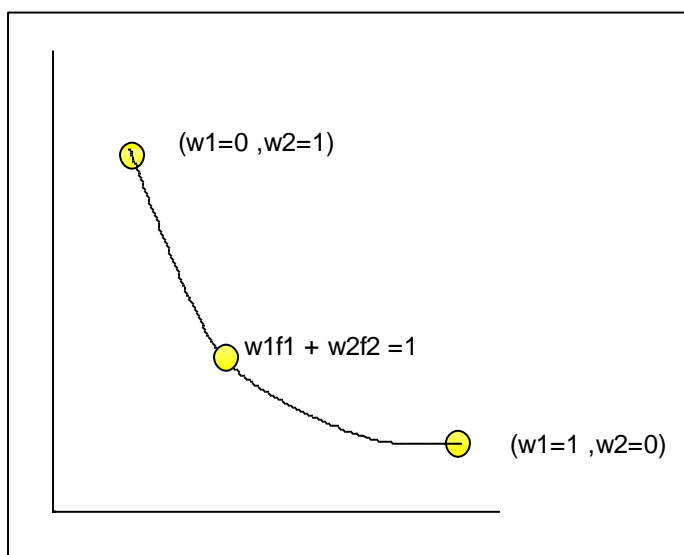
تعامل بهینه منطقی اهداف. نقطه بهینه از نظر نرخ جایگزینی اهداف



واگذاری اهداف به نفع همدیگر . ماندهزینه تولید و کیفیت محصول. یکی از نقطه ها انتخاب می شوند.



ترکیب نسبی اهداف . ترکیب محدبی از دو هدف .



مجموعه روشها در کتاب آمده و باید مطالعه شود.

مجموعه روشها : اولویت بندی مطلق / اهمیت نسبی / ترکیبی

روش برنامه ریزی آرمانی برای حل مسائل چند هدفه : $GP \leftarrow MOLP$

- ۱- تعریف توابع ریاضی اهداف f_i
 - ۲- تعیین آرمان برای هر یک از اهداف G_j
- آرمان : سطح مطلوب یا ایده آل هر هدف (۱- از نظر تصمیم گیرنده ۲- تحلیل منطقی) و ممکن است تحقق یابد یا تحقق نیابد.
- ۳- تعیین انحرافات مثبت d_j^+ و منفی d_j^- از هر آرمان :
- (۱) d_j^+ مطلوب اگر هدف max باشد
 - (۲) d_j^+ نا مطلوب اگر هدف min باشد
 - (۳) d_j^- نامطلوب اگر هدف max باشد
 - (۴) d_j^- مطلوب اگر هدف min باشد

$$d_j^+ \text{ (تحقق مقداری بیش از آرمان } G_j > f_i \text{)}$$

$$d_j^- \text{ (تحقق مقداری کمتر از آرمان } G_j < f_i \text{)}$$

- ۴- تبدیل اهداف به محدودیت های آرمانی با کمک متغیرهای انحرافات آرمانی

$$5- \text{تعریف هدف آرمانی بصورت : } \sum \text{انحرافات نامطلوب } \min Z =$$

$$\text{شکل کلی محدودیت آرمانی } f_i + d_j^- - d_j^+$$

تمرین : مساله ۲۳ کتاب ص ۱۲۹

مبلغ : ۵,۰۰۰,۰۰۰,۰۰۰

میزان سرمایه گذاری متغیرهای تصمیم گیری	سود سرمایه	سود	
X_1	۰,۰۷	۰,۰۵	سهام
X_2	۰,۰۱	۰,۰۹	اوراق قرضه
X_3	-	۰,۱۰	گواهی سپرده
X_4	۰,۱۳	-	طلا

محدودیت سیستمی :

$$X_1 + X_2 + X_3 + X_4 = 5.000.000.000$$

محدودیت های آرمانی :

آرمان اول :

$$X_4 \leq 0.10 (5.000.000.000) \Rightarrow X_4 + d_1^- - d_1^+ = 500.000.000$$

چون کوچکتر مساوی است پس d_1^+ - (مثبت) نا مطلوب است و زیر آن خط میکشیم.

آرمان دوم :

$$0.05X_1 + 0.09X_2 + 0.10X_3 \geq 50.000.000 \Rightarrow 0.05X_1 + 0.09X_2 + 0.10X_3 + \underline{d^-}_2 - d^+_2 = 50.000.000$$

آرمان سوم :

$$X_1 \leq 1.000.000.000 \Rightarrow X_1 + d^-_3 - \underline{d^+}_3 = 1.000.000.000$$

آرمان چهارم :

$$X_3 < 20.000.000 \Rightarrow X_3 + d^-_4 - \underline{d^+}_4 = 20.000.000$$

آرمان پنجم :

$$0.07X_1 + 0.01X_2 + 0.13X_4 \geq 20.000.000 \Rightarrow 0.07X_1 + 0.01X_2 + 0.13X_4 + \underline{d^-}_5 - d^+_5 = 20.000.000$$

تابع هدف :

$$\min Z = P_1(d^+_1) + P_2(d^-_2) + P_3(d^+_3) + P_4(d^+_4) + P_5(d^-_5)$$

در تابع هدف نامطلوب ها نوشته می شود.

چون تابع هدف ۴ متغیره می باشد از روش خطی قابل حل نبوده و با روش سیمپلکس باید حل شود.

مساله ۳۰ ص ۱۳۲ کتاب - مساله ۲۹ کتابهای جدید

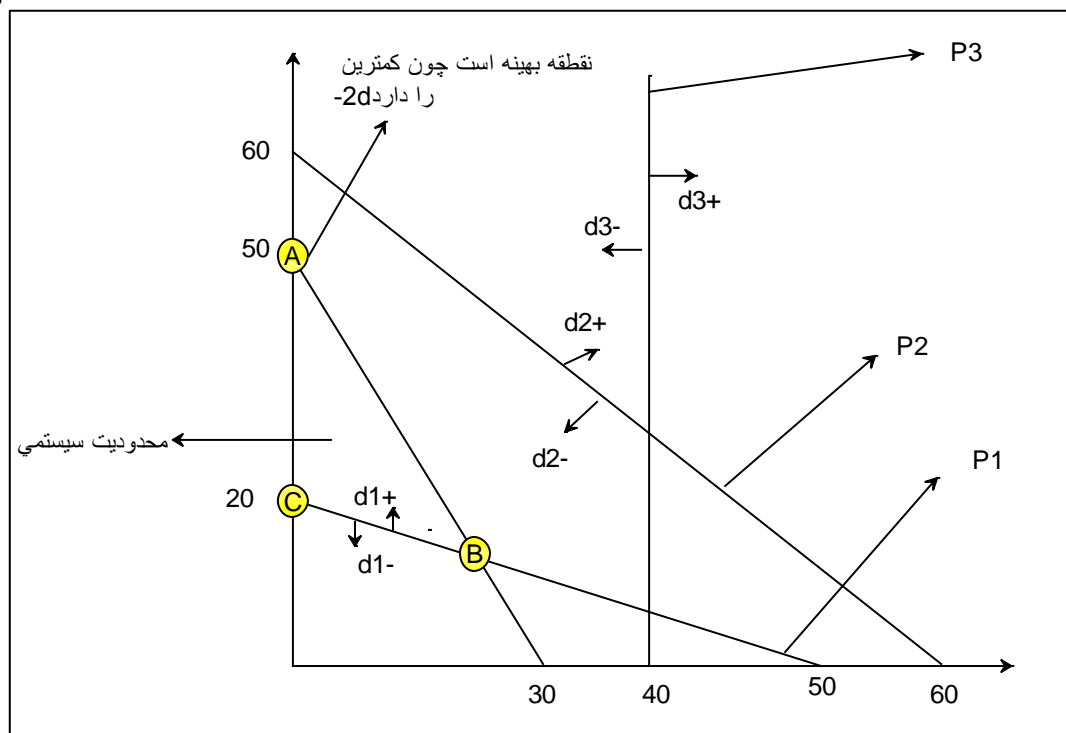
$$\min Z = P_1(d^-_1) + P_2(d^-_2) + P_3(d^-_3)$$

$$5X_1 + 3X_2 \leq 150$$

$$2X_1 + 5X_2 + d^-_1 - d^+_1 = 100$$

$$3X_1 + 3X_2 + d^-_2 - d^+_2 = 180$$

$$X_1 + d^-_3 - d^+_3 = 40$$



$$Z = P_1(0) + P_2(30) + P_3(40) = 70$$

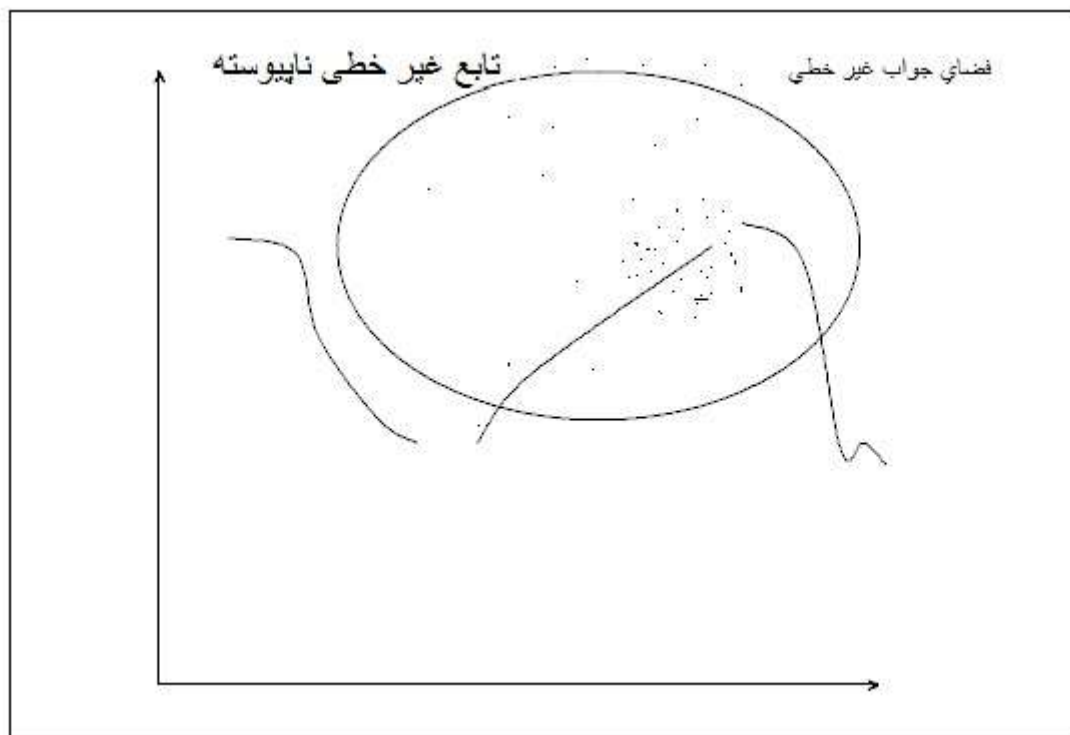
$$3(0) + 3(50) + d^+_2 = 180 \Rightarrow d^+_2 = 30$$

$$0 + d^-_3 = 40 \Rightarrow d^-_3 = 40$$

$$2(0) + 5(50) - d^+_1 = 100 \Rightarrow d^+_1 = 150$$

جلسه نهم (پنجشنبه مورخه ۱۳۹۳/۰۹/۲۰)

الگوریتم ژنتیک (GA)



نقاط تصادفی در نظر گرفته می شود (در منطقه موجه) / بعضی از نقاط خارج از منطقه موجه هستند / تمام مسائل را حل میکند و هیچ محدودیتی ایجاد نمی کند / کاربردهای اصلی اش بهینه سازی و طراحی است.

جواب کامل مساله ← موجود زنده ← کروموزوم (مجموعه ژن های سازنده یک موجود زنده)

طول کروموزوم ← تعداد ژن های یک موجود است

مراحل کار

۱- تولید تصادفی نسل اول :

۱-۱- تعداد جمعیت در هر نسل (pop size) – معمولاً بین ۲۰ الی ۱۰۰ می باشد

۱-۲- طول کروموزوم هر موجود (با توجه به تعداد و دامنه ویژگی ها در پایه عددی مورد استفاده (مثلاً در پایه ۲)

دامنه تغییرات: λ_i (تعداد حالات ممکن ویژگی i ام موجود)

طول کروموزوم: T

تعداد ژن های لازم برای متغیر i ام (m_i): $2^{n+1} \leq \lambda \leq 2^n$ اگر پایه مورد نظر ۱۰ بود به جای عدد ۲ عدد ۱۰ را قرار می دادیم. $n + 1 = m_i$

تعداد ویژگی های موجود زنده: $T = \sum_{i=1}^k m_i$

۳-۱- تعریف سیستم کدینگ (۱- محاسباتی (تبدیل پایه ها) ۲- قراردادی (کیفی ها)

۴-۱- تولید تصادفی جمعیت اولیه. (برای هر موجود نسل اول به تعداد T (طول کروموزوم) بار سکه می اندازیم)

۵-۱- دادن ضریب منفی (تابع جریمه) به موجودات غیر ممکن (غیر موجه)

۲- محاسبه مقدار (ارزش) برازندگی هر موجود با استفاده از تابع برازندگی

۱-۲- مدل سازی تابع برازندگی

۲-۲- کد کردن آن در قالب یک فانکشن

۳-۲- مرتبط کردن آن با محدودیت ها و توابع جریمه

۴-۲- محاسبه مقدار برازندگی دو موجود با قرار دادن مقادیر بدست آمده برای ویژگیهایی هر موجود در تابع برازندگی (f_{tj})

۳- انتخاب تصادفی هدایت شده والدین

۱-۳- انتخاب یا ساخت عملگر انتخاب. (یک شبه الگوریتم برای انتخاب تصادفی هدایت شده مبتنی بر یک سری قواعد)

رایج ترین عملگر چرخ رولت است.

فراوانی تجمعی	$\frac{f_j}{\sum f_j}$ فراوانی	کروموزوم ها
wt1	wt1	۱
wt1 + wt2	wt2	۲
wt1 + wt2 + wt3	wt3	۳
		.
۱		n
	۱	

$$\alpha = \text{Rand}[0,1]$$

تعداد آلفا اگر کمتر از فراوانی تجمعی wt1 یا مساوی آن باشد wt1 یا کروموزوم ۱ انتخاب می شود. اگر بین فراوانی تجمعی wt1 و wt2 باشد کروموزوم ۲ انتخاب می شود و به همین ترتیب ادامه می یابد.

۲-۳- انتخاب تصادفی والدین به تعداد لازم

۴- بازتولید نسل جدید یا مکانیزم های ترکیب و جهش

۱-۴- ترکیب: انتخاب یا ساخت عملگر ترکیب. (مثال رایج برش تک نقطه ای (برش تصادفی))

۲-۴- جهش: تغییر تصادفی تعداد بسیار محدودی از ژن های جمعیت به طور تصادفی ($r \leq 0.02$). در این حالت یکی از ژن ها را بصورت تصادفی انتخاب می کنیم و اگر ۱ بود آن را صفر می کنیم و اگر ۰ بود آن را ۱ می کنیم.

۳-۴- محاسبه مقدار (ارزش) برازندگی هر موجود با استفاده از تابع برازندگی

جواب:

بله: ۱- پایان ۲- توقف فرایند تکامل ۳- زمان حل مساله را تعیین می کنیم ۴- تعداد دور الگوریتم (نسل) مثلاً ۵۰۰ دور

خیر: به مرحله دوم بر می گردیم

مثال : طراحی صندلی (کروموزوم)

ویژگیها (k=4)

۱- نوع (X₁): اداری، راحتی، غذاخوری ← λ₁ = 3

۲- رنگ (X₂): آبی، طلایی، خرمایی، مغز پسته ای، قرمز ← λ₂ = 5

۳- جنس (X₃): فلزی، چوبی، پلاستیکی، فایبرگلاس ← λ₃ = 4

۴- اندازه (X₄): بزرگ، کوچک ← λ₄ = 2

تابع غیر خطی: $ft = \left(\frac{a_{3i} x_{3i} * a_{2ix2i}}{a_{1i} x_{1i}} \right) a_{4i} x_{4i}$ یا ضریب اندازه (ضریب رنگ*ضریب جنس) $ft = \left(\frac{\text{ضریب رنگ} * \text{ضریب جنس}}{\text{ضریب نوع}} \right)$

α_{ij} توسط خودمان مشخص می شود	حالات متغیر ها	X_{ij} (۰ یا ۱)		
۰,۳	X_{11}	اداری	نوع (X_1)	طراحی صندلی
۰,۴	X_{12}	راحتی		
۰,۲	X_{13}	غذا خوری		
۰,۳	X_{21}	آبی	رنگ (X_2)	
۰,۶	X_{22}	طلایی		
۰,۳	X_{23}	خرمایی		
۰,۵	X_{24}	مغز پسته ای		
۰,۴	X_{25}	قرمز		
۰,۴	X_{31}	فلزی	جنس (X_3)	
۰,۸	X_{32}	چوبی		
۰,۴	X_{33}	پلاستیکی		
۰,۵	X_{34}	فایبر گلاس		
۰,۲	X_{41}	بزرگ	اندازه (X_4)	
۰,۳	X_{42}	کوچک		

حل مساله :

$$\lambda_1 = 3 \rightarrow 2^1 \leq 3 \leq 2^2 \rightarrow m = 2$$

$$\lambda_2 = 5 \rightarrow 2^2 \leq 5 \leq 2^3 \rightarrow m = 3$$

$$\lambda_1 = 4 \rightarrow 2^2 \leq 4 \leq 2^3 \rightarrow m = 2$$

$$\lambda_1 = 2 \rightarrow 2^0 \leq 2 \leq 2^1 \rightarrow m = 1$$

موجود ما ۸ تا ژن دارد $T = 2 + 3 + 2 + 1 = 8$

کدینگ سازی

کد های مردود	کد سازی (بر اساس m)	α_{ij}	حالات متغیر ها	X_{ij} (۰ یا ۱)		
۱۱	۰۰	۰,۳	X_{11}	اداری	نوع (X_1)	طراحی صندلی
	۰۱	۰,۴	X_{12}	راحتی		
	۱۰	۰,۲	X_{13}	غذا خوری		
۱۰۱ ۱۱۰ ۱۱۱	۰۰۰	۰,۳	X_{21}	آبی	رنگ (X_2)	
	۰۰۱	۰,۶	X_{22}	طلایی		
	۰۱۰	۰,۳	X_{23}	خرمایی		
	۰۱۱	۰,۵	X_{24}	مغز پسته ای		
	۱۰۰	۰,۴	X_{25}	قرمز		
-	۰۰	۰,۴	X_{31}	فلزی	جنس (X_3)	
	۰۱	۰,۸	X_{32}	چوبی		
	۱۰	۰,۴	X_{33}	پلاستیکی		
	۱۱	۰,۵	X_{34}	فایبر گلاس		
-	۰	۰,۲	X_{41}	بزرگ	اندازه (X_4)	
	۱	۰,۳	X_{42}	کوچک		

تعیین POP SIZE (۴)

X_1	X_2	X_3	X_4	قبول یا رد	ویژگی
01	011	01	1	قبول	$(X_{12}, X_{24}, X_{32}, X_{42})$
10	101	01	0	رد	-
10	100	10	0	قبول	$(X_{13}, X_{25}, X_{33}, X_{41})$
01	000	11	1	قبول	$(X_{12}, X_{21}, X_{34}, X_{42})$
01	101	01	1	رد	-
01	100	00	1	قبول	$(X_{12}, X_{25}, X_{31}, X_{42})$

اعداد صفر و یک در جدول بصورت تصادفی توسط دانشجویان گفته شده است.

نسل اول ساخته شده (POP SIZE=4)

تعیین برازندگی

$$ft_1 = \left(\frac{0.8 * 0.5}{0.4} \right)^{0.3} = 1 \quad B.F \quad \text{برازنده ترین}$$

$$ft_2 = \left(\frac{0.4 * 0.4}{0.2} \right)^{0.2} = 0.96$$

$$ft_3 = \left(\frac{0.5 * 0.3}{0.4} \right)^{0.3} = 0.74$$

$$ft_4 = \left(\frac{0.3 * 0.4}{0.4} \right)^{0.3} = 0.7$$

$$mf = \frac{1 + 0.96 + 0.74 + 0.7}{4} = \frac{3.4}{4} = 0.85$$

انتخاب به روش چرخ رولت

کروموزوم ها	فراوانی $\frac{f_j}{\sum f_j}$	فراوانی تجمعی
۱	$\frac{1}{3.4} = 0.29$	0.29
۲	$\frac{0.96}{3.4} = 0.28$	0.57
۳	$\frac{0.74}{3.4} = 0.22$	0.79
۴	$\frac{0.7}{3.4} = 0.21$	1
	sum = 1	

به صورت تصادفی عددی بین ۰ و ۱ انتخاب می کنیم

$$Rand = [0,1] = 0.35, 0.953, 0.551, 0.213$$

چون ۰,۳۵ بین کروموزوم ۱ و ۲ است پس کروموزوم ۲ انتخاب می شود

چون ۰,۹۵۳ بین کروموزوم ۳ و ۴ است پس کروموزوم ۴ انتخاب می شود

چون ۰,۵۵۱ بین کروموزوم ۱ و ۲ است پس کروموزوم ۲ انتخاب می شود

چون ۰,۲۱۳ بین کروموزوم ۰ و ۱ است پس کروموزوم ۱ انتخاب می شود

در نتیجه :

$$P_1(2) \rightarrow 10100100$$

$$P_2(4) \rightarrow 01100001$$

$$P_3(2) \rightarrow 10100100$$

$$P_4(1) \rightarrow 01011011$$

مرحله بازتولید : ترکیب

$$Rand = [0, T] = [0.8] = 6$$

$$P_1(2) \rightarrow 101001 \quad 00$$

$$P_2(4) \rightarrow 011000 \quad 01$$

$$Rand = [0, T] = [0.8] = 4$$

$$P_3(2) \rightarrow 1010 \quad 0100$$

$$P_4(1) \rightarrow 0101 \quad 1011$$

پس از برش برای نسل جدید قسمت اول برش از والد ۱ را با قسمت دوم برش از والد ۲ را با هم تبدیل به یک نسل می کنیم

سپس قسمت اول از والد دوم را با قسمت دوم والد اول با هم می نویسیم تا نسل جدید دوم ساخته شود

$$C_1 \rightarrow P_1, P_2 \quad \rightarrow \quad 101001 \quad 01 \quad C_1 = (X_{13}, X_{25}, X_{33}, X_{42}) \quad OK$$

$$C_2 \rightarrow P_2, P_1 \quad \rightarrow \quad 011000 \quad 00 \quad C_2 = (X_{12}, X_{25}, X_{31}, X_{41}) \quad OK$$

$$C_3 \rightarrow P_3, P_4 \quad \rightarrow \quad 1010 \quad 1011 \quad \text{غلط}$$

چون غلط است دوباره عددی تصادفی انتخاب کرده و برش می دهیم

$$Rand = [0, T] = [0.8] = 5$$

$$P_3(2) \rightarrow 10100 \quad 100$$

$$P_4(1) \rightarrow 01011 \quad 011$$

$$C_3 \rightarrow P_3, P_4 \quad \rightarrow \quad 10100 \quad 011 \quad C_3 = (X_{13}, X_{25}, X_{32}, X_{42}) \quad OK$$

$$C_4 \rightarrow P_3, P_4 \quad \rightarrow \quad 01011 \quad 100 \quad C_4 = (X_{12}, X_{24}, X_{33}, X_{41}) \quad OK$$

مرحله بازتولید : جهش

$$r \leq 0.05 \quad (8 * 4) = 1.6 = 1$$

۸ تعداد ژن در محصول است و ۴ مقدار POP SIZE است. مقدار ۲ به دلیل کم بودن تعداد کروموزوم ۰.۰۵ در نظر گرفته شده است.

در هر نسل ۱ ژن را تغییر می دهیم.

$$Rand = [0, 32] = [12]$$

ژن دوازدهم را باید تغییر دهیم . این ژن در کروموزوم دوم است (ژن ۴ از کروموزوم دوم)

$$011(0)0000 \quad 011(1)0000 \quad NOT OK$$

جهش غلطی است پس دوباره عدد تصادفی انتخاب می کنیم

$$Rand = [0, 32] = [17]$$

ژن ۱۷ را باید تغییر دهیم . این ژن در کروموزوم سوم است (ژن ۱ از کروموزوم دوم)

$$C_3 = (1)0100011 \quad \rightarrow \quad (0)0100011 \quad C_3 = (X_{11}, X_{25}, X_{32}, X_{42}) \quad OK$$

$$\text{جدید } ft_1 = \left(\frac{0.4 * 0.4}{0.2}\right)^{0.3} = 0.94$$

$$\text{جدید } ft_2 = \left(\frac{0.3 * 0.4}{0.4}\right)^{0.2} = 0.79$$

$$\text{جدید } ft_3 = \left(\frac{0.8 * 0.4}{0.3}\right)^{0.3} = 1.02 \quad \text{برازنده ترین } B.F$$

$$\text{جدید } ft_4 = \left(\frac{0.4 * 0.5}{0.4}\right)^{0.2} = 0.87$$

$$mf = \frac{0.94 + 0.79 + 1.02 + 0.87}{4} = \frac{3.62}{4} = 0.905$$