

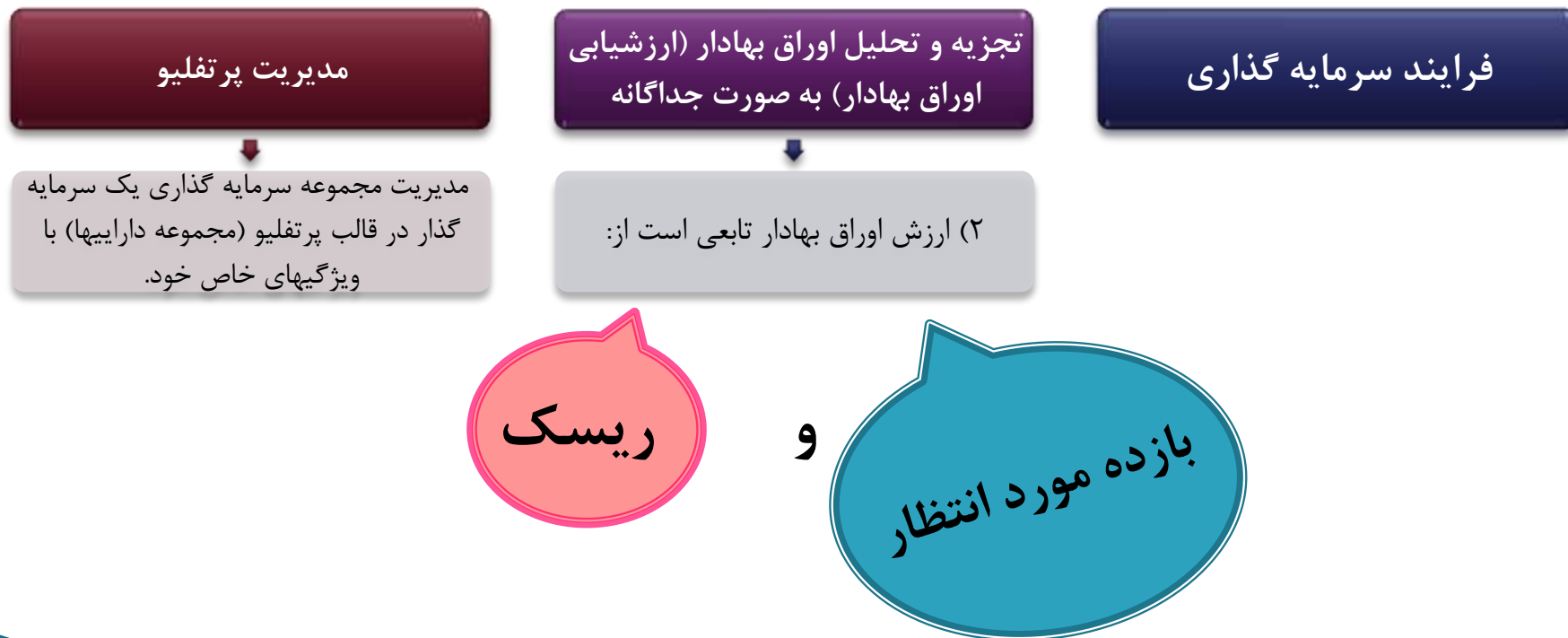
تئوری پرتفلیو

فصل ۶

دکتر رضا تهرانی، عسگر نوربخش

(مدیریت سرمایه گذاری)

انتشارات نگاه دانش

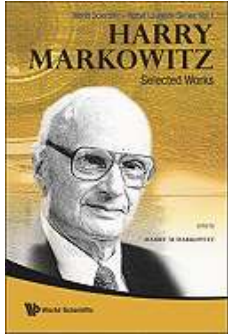


مجموعه سرمایه گذاری، مجموعه ای از اوراق بهادار متفاوت است که هر یک ریسک و بازده جداگانه ای دارند.

مجموعه سرمایه گذاری = پرتفلیو = سبد سرمایه گذاری = پرتفوی

تشکیل پرتفلیو باعث کاهش ریسک کل (ریسک غیرسیستماتیک) می شود.

مدل مارکوئیتز



- پروفیسور ہری مارکوئیتز: متولد سال ۱۹۲۷ شیکاگو
- در سال ۱۹۵۲ تئوری مدرن پرتفلیو را ارائه کرد.
- ہری مارکوئیتز در سال ۱۹۹۰، بہ خاطر تئوری مدرن پرتفلیو، بہ ہمراہ ویلیام شارپ و مرٹن میلر، موفق بہ اخذ جایزہ نوبل در علم اقتصاد شد.

سؤال:

■ آیا سرمایہ گزاران تا آن زمان نمی دانستند کہ تنوع مناسب است و نباید تمام تفع مرغوايشان را در یک سبد بگذارند؟

■ مارکوئیتز اولین کسی بود کہ بہ صورت کمی نشان داد چرا و چگونه تنوع سازی پرتفلیو می تواند باعث کاهش ريسک پرتفلیو یک سرمایہ گذار شود.

■ قانون شماره یک مدیریت پرتفلیو، ایجاد تنوع است.

■ مارکوئیتز همچنین مفهوم پرتفلیو کارآ یا Efficient Portfolio را مطرح کرد.

پرتفلیو کارآ:

- حداکثر کردن بازده مورد انتظار برای سطح معینی از ریسک
- حداقل کردن ریسک برای سطح معینی از بازده مورد انتظار

مروری بر بازده مورد انتظار و ریسک یک اوراق بهادار

بازده مورد انتظار یک سهم:

$$R_i = \sum (R)(P_i)$$

ریسک یک سهم:

$$\sigma_i = \sqrt{\sum (R - \bar{R})^2 P}$$

بازده مجموعه سرمایه گذاری (Portfolio return):

بازده مجموعه سرمایه گذاری برابر است با میانگین وزنی بازده تکتک اوراق بهادار موجود در پرتفلیو

$$R_P = X_a R_a + X_b R_b + \dots$$

یا

$$R_P = \sum X_i R_i$$

R_P = بازده مجموعه سرمایه گذاری

X_i = درصد سرمایه گذاری در سهم i

R_i = بازده سهم i

بازده مورد انتظار پرتفلیو

مساله :

- در یک مجموعه سرمایه گذاری متشکل از دو سهم A و B، درصد سرمایه گذاری به ترتیب ۱۰ و ۹۰ درصد و بازده آنها به ترتیب ۱۰ و ۲۰ درصد است. با خرید سهم جدید حجم سرمایه گذاری ۴ برابر می شود، بازده سهم جدید چند درصد باشد تا بازده مجموعه جدید افزایش یابد؟

الف) بیشتر از ۱۹ ب) بیشتر از ۲۰ ج) بیشتر از ۲۵ د) بین ۱۰ تا ۲۰

درصد سرمایه گذاری	بازده	سهم
%۱۰	%۱۰	A
%۹۰	%۲۰	B

$$R_P = X_a R_a + X_b R_b = \%10(\%10) + \%20(\%90) = \%19$$

$$X_{ab} R_{ab} + X_l R_l = \%19$$

$$\frac{1}{4}(\%19) + \frac{3}{4}(R_L) = \%19$$

بازده سهم جدید اگر ۱۹٪ باشد بازده مجموعه قبلی تغییر نمی کند.

اگر بازده سهم جدید بیشتر از ۱۹٪ باشد، بازده مجموعه جدید افزایش می یابد.

بازده و ریسک مجموعه سرمایه گذاریها

مساله ۲ :

- یک مجموعه سرمایه گذاری مرکب از سه دارایی A، B، و C است. میزان پولی که در هر یک از این داراییها سرمایه گذاری شده به ترتیب ۲,۰۰۰,۰۰۰، ۳,۰۰۰,۰۰۰ و ۵,۰۰۰,۰۰۰ ریال است. بازده مورد انتظار داراییهای A، B، و C به ترتیب ۰/۳، ۰/۵ و ۰/۷ است. بازده مورد انتظار مجموعه سرمایه گذاریهای فوق چند درصد است؟

$$R_P = X_a R_a + X_b R_b + X_c R_c$$

$$R_P = \frac{2,000,000}{10,000,000} (0/3) + \frac{3,000,000}{10,000,000} (0/5) + \frac{5,000,000}{10,000,000} (0/7)$$

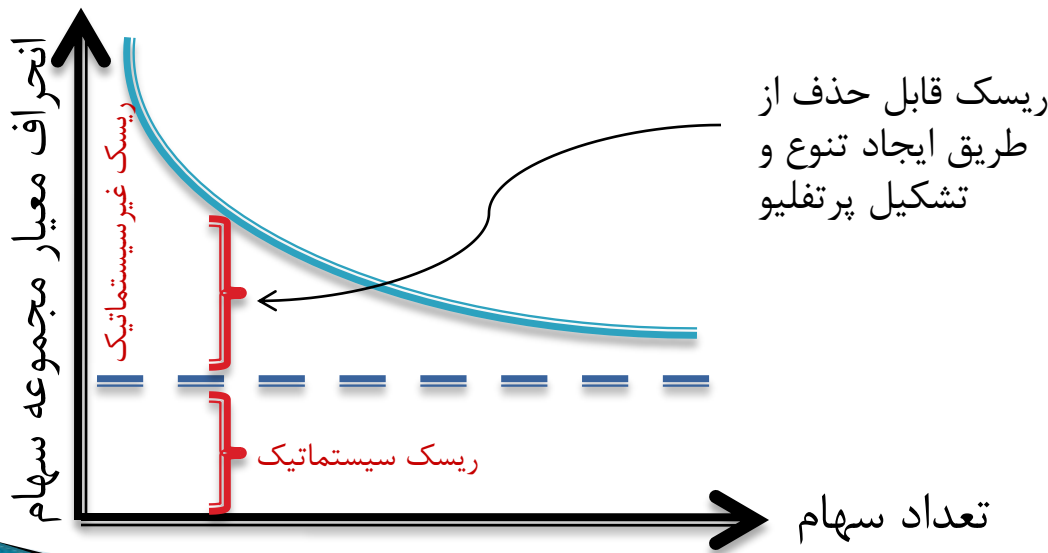
$$= 0/20(0/30) + 0/30(0/50) + 0/50(0/70) = 0/56$$

بازده و ریسک مجموعه سرمایه گذاریها

ریسک مجموعه سرمایه گذاری (Portfolio risk):

ریسک یک مجموعه سرمایه گذاری متاثر از عوامل زیر است:

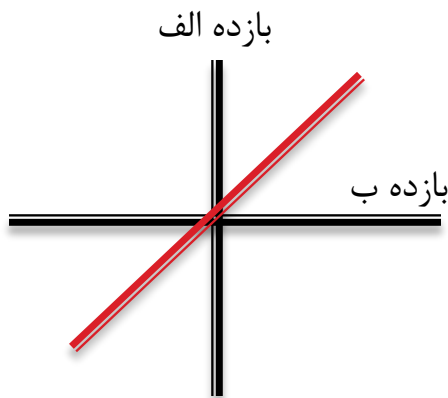
- (۱) انحراف معیار هر یک از اعضاء
- (۲) درصد سرمایه گذاری در هر عضو
- (۳) ضریب همبستگی بین بازده اعضاء



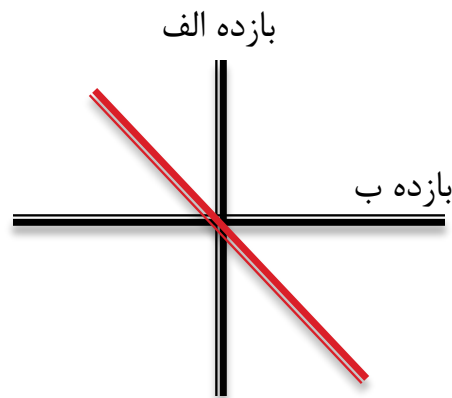
بازده و ریسک مجموعه سرمایه گذاریها

ضریب همبستگی (correlation coefficient)

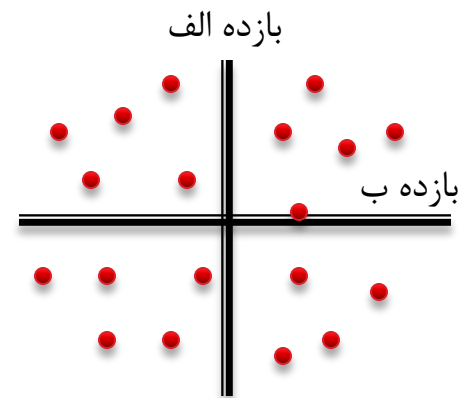
ضریب همبستگی بیانگر رابطه هر دو اوراق بهادار است. این ضریب علت رابطه را نشان نمی دهد و فقط وجود یا عدم وجود رابطه را نشان می دهد.



همبستگی کاملاً مثبت
 $\rho_{ij}=+1$



همبستگی کاملاً منفی
 $\rho_{ij}=-1$



همبستگی صفر
(عدم همبستگی)
 $\rho_{ij}=0$

بازده و ریسک مجموعه سرمایه گذاریها

ضریب همبستگی (correlation coefficient)

نکات:

- (۱) ترکیب دو اوراق بهاداری که دارای همبستگی کاملاً مثبت باشند هیچ کاهشی در ریسک پرتفلیو ندارد.
- (۲) ترکیب دو اوراق بهاداری که دارای همبستگی کاملاً منفی باشند می تواند باعث حذف کامل ریسک پرتفلیو شود.
- (۳) ترکیب دو اوراق بهاداری که دارای همبستگی صفر باشند باعث کاهش ریسک پرتفلیو می شود، اما ریسک پرتفلیو کاملاً حذف نمی شود.

بازده و ریسک مجموعه سرمایه گذاریها

محاسبه ریسک پرتفوی (Portfolio risk)

$$\sigma_P^2 = X_a^2 \sigma_a^2 + X_b^2 \sigma_b^2 + 2 X_a X_b \text{Cov}(a, b)$$

$$\rho_{ab} = \frac{\text{Cov}(a, b)}{\sigma_a \sigma_b}$$

$$\sigma_P^2 = X_a^2 \sigma_a^2 + X_b^2 \sigma_b^2 + 2 X_a X_b \sigma_a \sigma_b \rho_{ab}$$

σ_P^2 = واریانس پرتفلیو

$$\sigma_P = \sqrt{\sigma_P^2}$$

X_a و X_b = درصد سرمایه گذاری در دارایی a و b

σ_a و σ_b = درصد سرمایه گذاری در دارایی a و b

ρ_{ab} = ضریب همبستگی بین بازده دو سهم a و b

بازده و ریسک مجموعه سرمایه گذاریها

مساله :

- سرمایه گذاری می خواهد بطور یکسان در دو سهم «الف» و «ب» با مشخصات زیر سرمایه گذاری کند:

شرح	الف	ب
نرخ بازده مورد انتظار	۱۲٪	۱۵٪
انحراف معیار	۱۵٪	۲۲٪

اگر ضریب همبستگی بین دو سهم ۰/۲ باشد، نرخ بازده مورد انتظار و انحراف معیار سبد سرمایه گذاری را محاسبه کنید.

$$R_P = X_a R_a + X_b R_b = 0.50(0.12) + 0.50(0.15) = 0.13 / 5$$

$$\begin{aligned}\sigma_P^2 &= X_a^2 \sigma_a^2 + X_b^2 \sigma_b^2 + 2 X_a X_b \sigma_a \sigma_b \rho_{ab} \\ &= (0.50)^2 (0.15)^2 + (0.50)^2 (0.22)^2 + 2(0.50)(0.50)(0.20)(0.15)(0.22) \\ &= 210 / 25\end{aligned}$$

$$\sigma_P = \sqrt{\sigma_P^2} = \sqrt{210 / 25} = 0.14 / 5$$

مساله (۱ ، ۲ ، و ۳):

- با استفاده از جدول زیر به سه سؤال ارائه شده پاسخ دهید.

نرخ بازده سهام			احتمال (hi)
۳	۲	۱	
۰/۰۲	۰/۱۶	۰/۲۴	%۲۰
۰/۰۷	۰/۱۲	۰/۱۸	%۲۵
۰/۱۰	۰/۰۸	۰/۱۰	%۳۰
۰/۱۳	۰/۰۴	-۰/۰۱	%۱۵
۰/۲۱	۰/۰۲	-۰/۱۲	%۱۰

مساله ۱ :

- نرخ بازده مورد انتظار هر یک از این سه سهم را محاسبه کنید.
- بازده مورد انتظار هر سهم برابر است با:

$$R_1 = \sum (R)(P_i) = 0.24 \times \%20 + 0.18 \times \%25 + 0.10 \times \%30 \\ + (-0.01) \times \%10 + (-0.12) \times \%10 = 0.1090 = \%10.90$$

$$R_2 = \sum (R)(P_i) = \%9.40$$

$$R_3 = \sum (R)(P_i) = \%9.20$$

مساله ۲:

- واریانس و انحراف معیار برای هر سه سهم را محاسبه کنید.

$$\sigma^2 = \sum (R - \bar{R})^2 P \quad (0/24 - 0/1090)^2 \cdot 0/20 = 0/0034$$

واریانس و انحراف معیار
سهام ۱ برابر است با:

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} \quad (0/18 - 0/1090)^2 \cdot 0/20 = 0/0012$$

$$(0/10 - 0/1090)^2 \cdot 0/30 = 0/0000$$

$$(-0/01 - 0/1090)^2 \cdot 0/10 = 0/0021$$

$$(-0/12 - 0/1090)^2 \cdot 0/10 = 0/0053$$

$$\sigma_1^2 = \sum (R - \bar{R})^2 P = 0/0120$$

$$\sigma_1 = \sqrt{0/0120} = 0/1090$$

واریانس و انحراف معیار سهام ۲ و ۳ برابر است با:

$$\sigma_2^2 = \sum (R - \bar{R})^2 P = 0/0021$$

$$\sigma_2 = \sqrt{0/0120} = 0/0451$$

$$\sigma_3^2 = \sum (R - \bar{R})^2 P = 0/0027$$

$$\sigma_3 = \sqrt{0/0120} = 0/0520$$

مساله ۳:

- کوواریانس جامعه و ضریب همبستگی بین سهام ۱ و ۲ و بین ۱ و ۳ را محاسبه کنید.
کوواریانس بیانگر رابطه بین دو متغیر است. بزرگی کوواریانس نشان دهنده توان تغییرات می باشد.

$$Cov(a, b) = \sum [R_a - \bar{R}_a][R_b - \bar{R}_b]P$$

$$\begin{aligned} Cov(1, 2) &= (0/24 - 0/1090)(0/16 - 0/0940)(0/20) \\ &\quad + (0/18 - 0/1090)(0/12 - 0/0940)(0/25) \\ &\quad + (0/10 - 0/1090)(0/08 - 0/0940)(0/30) \\ &\quad + (0/12 - 0/1090)(0/02 - 0/0940)(0/10) = 0/0049 \end{aligned}$$

$$Cov(1, 3) = -0/0054$$

ادامه :

ادامهٔ مساله ۳:

برای محاسبه ضریب همبستگی، باید کوواریانس را بر حاصل ضرب انحراف معیار دو سهم تقسیم کرد.

$$\rho_{ab} = \frac{Cov(a,b)}{\sigma_a \sigma_b}$$

$$\rho_{1,2} = \frac{Cov(1,2)}{\sigma_1 \sigma_2} = \frac{0/0049}{(0/1095)(0/0451)} = 0/9770$$

$$\rho_{1,3} = \frac{Cov(1,3)}{\sigma_1 \sigma_3} = \frac{-0/0054}{(0/1095)(0/0520)} = -0/9484$$

بازده و ریسک مجموعه سرمایه گذاریها

مساله (پرتفلیو با حداقل واریانس):

- صندوقهای سرمایه گذاری D و E از بازده و انحراف معیار زیر برخوردارند. همچنین ضریب همبستگی بین این دو صندوق برابر ۰/۲۵ است.

ریسک	بازده	صندوق
٪۱۲	٪۸	D
٪۲۰	٪۱۳	E

- با توجه به انحراف معیار و ضریب همبستگی، ماتریس کوواریانس به صورت زیر است:

E	D	صندوق
۶۰	۱۴۴	D
۴۰۰	۶۰	E

- (۱) درصد سرمایه گذاری در این دو سهم، به نحوی که واریانس به حداقل برسد را محاسبه کنید.
- (۲) بازده و ریسک پرتفلیو متشکل از این دو سهم را محاسبه کنید.

بازده و ریسک مجموعه سرمایه گذاریها

ادامه مساله (پرتفلیو با حداقل واریانس):

(۱) درصد سرمایه گذاری در این دو سهم، به نحوی که واریانس به حداقل برسد را محاسبه کنید.

$$w_D = \frac{\sigma_E^2 - \text{Cov}(r_D, r_E)}{\sigma_D^2 + \sigma_E^2 - 2\text{Cov}(r_D, r_E)} = \frac{400 - 60}{(144 + 400) - (2 \times 60)} = 0.1919$$

$$w_E = 1 - w_D = 0.8081$$

(۲) بازده و ریسک پرتفلیو متشکل از این دو سهم را محاسبه کنید.

$$E(R_P) = (0.1919 \times 8) + (0.8081 \times 13) = 10.8081\%$$

$$\sigma_P^2 = w_a^2 \sigma_a^2 + w_b^2 \sigma_b^2 + 2w_a w_b \text{Cov}(r_D, r_E)$$

$$= (0.1919^2 \times 144) + (0.8081^2 \times 400) + (2 \times 0.1919 \times 0.8081 \times 60) = 127.46$$

$$\sigma_P = \sqrt{\sigma_P^2} = \sqrt{127.46} = 11.29\%$$