

آزمون شماره ۳ / مبحث: مدل سازی (سری سوم) ۱۳۹۳/۱/۲۰

۱. در یک کارگاه چوب‌بری، یک کارگر در هر دوره زمانی که هر دوره، 100 ساعت می‌باشد، می‌تواند از زمان خود برای دو محصول A و B استفاده نماید. اگر سود هر واحد محصول A، $\frac{3}{2}$ سود محصول B باشد و با در نظر گرفتن آنکه زمان تولید هر واحد محصول A، ۳ برابر زمان تولید هر واحد محصول B است و اگر حداکثر سود دریافتی این کارگر در هر دوره زمانی 500,000 تومان باشد. سود هر واحد محصول B چند تومان است؟

(۱) 2000 (۲) 12000 (۳) 6000 (۴) 8000

۲. مسأله داده شده، معادل کدام یک از مسائل می‌باشد؟

$$\begin{aligned} \text{Max } & \frac{1}{2}x_1 - |x_1 + x_2| \\ & -\frac{1}{2}x_1 + x_2 \leq 4 \\ & x_2 \geq 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Min } & \frac{1}{2}x_1 - z \\ & -\frac{1}{2}x_1 + x_2 \leq 4 \\ & x_2 \geq 1 \\ & x_1 + x_2 \geq z \\ & x_1 + x_2 \leq -z \end{aligned} \quad (۲)$$

$$\begin{aligned} \text{Max } & \frac{1}{2}x_1 - z \\ & -\frac{1}{2}x_1 + x_2 \leq 4 \\ & x_2 \geq 1 \\ & -z \leq x_1 + x_2 \leq z \end{aligned} \quad (۴)$$

$$\begin{aligned} \text{Min } & \frac{1}{2}x_1 - z \\ & -\frac{1}{2}x_1 + x_2 \leq 4 \\ & x_2 \geq 1 \\ & -z \leq x_1 + x_2 \leq z \end{aligned} \quad (۱)$$

$$\begin{aligned} \text{Max } & \frac{1}{2}x_1 - z \\ & -\frac{1}{2}x_1 + x_2 \leq 4 \\ & x_2 \geq 1 \\ & \left\{ \begin{array}{l} x_1 + x_2 \geq z \\ x_1 + x_2 \leq -z \end{array} \right. \text{ OR} \end{aligned} \quad (۳)$$

۳. یک محصول از مونتاژ ۳ قطعه A و $\frac{1}{2}$ قطعه B و ۲ قطعه C ساخته می‌شود. در صورتیکه هدف مقدار تولید این محصول و x_A و x_B و x_C مقادیر تولید این قطعات باشند و حداکثر اختلاف دو قطعه A و B، 10 واحد باشد و تعداد تولید قطعه B حداکثر دو برابر قطع C باشد. مدل این مسأله کدام است؟

$$\begin{aligned} \text{Min} z &= \text{Max} \left\{ 3x_A, \frac{x_B}{2}, 2x_C \right\} \\ |x_A - x_B| &\leq 10 \\ x_B - 2x_C &\leq 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Max} z &= \text{Min} \left\{ 3x_A, \frac{x_B}{2}, 2x_C \right\} \\ x_A - x_B &= 10 \\ x_B - 2x_C &\geq 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Max} z &= \text{Min} \left\{ \frac{x_A}{3}, 2x_B, \frac{x_C}{2} \right\} \\ -10 \leq x_A - x_B &\leq 10 \\ x_B - 2x_C &\leq 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Min} z &= \text{Max} \left\{ \frac{x_A}{3}, 2x_B, \frac{x_C}{2} \right\} \\ -10 \leq x_A - x_B &\leq 10 \\ x_B - 2x_C &\leq 0 \end{aligned}$$

۴. مدل استاندارد مدل برنامه‌ریزی خطی زیر کدام است؟

$$\text{Min} z = \frac{1}{2}x_1 - |x_1 + x_2|$$

$$4x_1 + \frac{1}{2}x_2 = 8$$

$$-\frac{1}{2}x_1 - 3|x_1 - 2x_2| = 6$$

x_1, x_2 آزاد در علامت

$$\text{Min} z = \frac{1}{2}(x'_1 - x''_1) - (y'_1 + y''_1) \quad (۲)$$

$$4(x'_1 - x''_1) + \frac{1}{2}(x'_2 - x''_2) = 8$$

$$-\frac{1}{2}(x'_1 - x''_1) - 3(y'_1 + y'_2) = 6$$

$$(x'_1 - x''_1) + (x'_2 - x''_2) = y'_1 - y''_1$$

$$(x'_1 - x''_1) - 2(x'_2 - x''_2) = y'_2 - y''_2$$

$$x'_1, x''_1, x'_2, x''_2, y'_1, y''_1, y'_2, y''_2 \geq 0$$

$$\text{Min} z = \frac{1}{2}x_1 - y_1 \quad (۱)$$

$$4x_1 + \frac{1}{2}x_2 = 8$$

$$-\frac{1}{2}x_1 - 3(y_1 - x_2) = 6$$

$$x_1, x_2, y_1 \geq 0$$

$$\begin{array}{ll}
 \text{Min } z = \frac{1}{2}x_1 - (y_1 + x_2) & (4) \\
 4x_1 + \frac{1}{2}x_2 = 8 \\
 -\frac{1}{2}x_1 - 3(y_2) = 6 \\
 x_1, x_2, y_1, y_2 \geq 0
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{ll}
 \text{Min } z = \frac{1}{2}(x'_1 - x''_1) - y_1 & (3) \\
 4(x'_1 - x''_1) + \frac{1}{2}(x'_2 - x''_2) = 8 \\
 -\frac{1}{2}(x'_1 - x''_1) - 3(y_1 + x'_1 - x''_1) = 6 \\
 x'_1, x''_1, x'_2, x''_2, y_1 \geq 0
 \end{array}$$

۵. مدل برنامه‌ریزی خطی زیر معادل کدام یک از معادلات زیر می‌باشد؟

$$\begin{array}{ll}
 \text{Max } z = \left| \frac{1}{4+3x_1} \right| & \\
 |x_2 - 3x_1| \leq 5 & \\
 \frac{1}{2x_1 - x_2} \geq 6 & \\
 x_1, x_2 \geq 0 &
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{ll}
 \text{Max } z = |4+3x_1| & (2) \\
 -x_2 + 3x_1 \geq -5 \\
 x_2 - 3x_1 \geq -5 \\
 -12x_1 + 6x_2 \geq -1 \\
 x_1, x_2 \geq 0
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{ll}
 \text{Max } z = \left| \frac{1}{4+3x_1} \right| & (1) \\
 -x_2 + 3x_1 \leq -5 \\
 -x_2 + 3x_1 \leq -5 \\
 -12x_1 + 6x_2 \geq -1 \\
 x_1, x_2 \geq 0
 \end{array}$$

$$\begin{array}{ll}
 \text{Min } z = |4+3x_1| & \\
 -x_2 + 3x_1 \leq -5 & (4) \\
 -x_2 + 3x_1 \leq -5 \\
 -12x_1 + 6x_2 \geq -1 \\
 x_1, x_2 \geq 0
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{ll}
 \text{Min } z = |4+3x_1| & \\
 -x_2 + 3x_1 \geq -5 & (3) \\
 x_2 - 3x_1 \geq -5 \\
 -12x_1 + 6x_2 \geq -1 \\
 x_1, x_2 \geq 0
 \end{array}$$

۶. قطعه‌ای به طول $1/5$ متر موجود است. می‌خواهیم قطعاتی به طول‌های 30، 40 و 60 سانتی‌متر از این قطعه ببریم. اگر تقاضای قطعات مزبور به ترتیب 80، 75 و 105 باشد، در این صورت، این مسأله با هدف حداقل نمودن ضایعات دارای:

(۱) متغیر و ۳ محدودیت است.
 (۲) ۷ متغیر و ۳ محدودیت است.
 (۳) ۷ متغیر و ۴ محدودیت است.
 (۴) ۶ متغیر و ۳ محدودیت است.

پاسخ نامه تشریحی آزمون شماره ۳ / مبحث : مدل سازی (سری سوم) ۱۳۹۳/۱/۲۰:

۱. گزینه ۴ صحیح است.

از آنجا که زمان تولید هر واحد محصول A، ۳ برابر زمان تولید هر واحد محصول B است. پس در ۴ ساعت وقت کاری، ۱ قطعه A و ۱ قطعه B می توان تولید نمود. از طرفی سود هر ساعت برابر است با 5000 تومان $(\frac{500,000}{100})$ به عبارتی در ۴ ساعت، 20,000 تومان سود می کند. یعنی:

$$A + B = 20,000$$

از طرفی $A = \frac{3}{2}B$ از نظر سوددهی:

$$\frac{3}{2}B + B = 20,000 \Rightarrow \frac{5}{2}B = 20,000 \Rightarrow B = 8,000$$

۲. گزینه ۳ صحیح است.

$$\begin{array}{ll} \text{Max } \frac{1}{2}x_1 - z & \text{Max } \frac{1}{2}x_1 - z \\ -\frac{1}{2}x_1 + x_2 \leq 4 & -\frac{1}{2}x_1 + x_2 \leq 4 \\ x_2 \geq 1 & \Rightarrow x_2 \geq 1 \\ |x_1 + x_2| \geq z & \left\{ \begin{array}{l} x_1 + x_2 \geq z \\ \text{OR} \\ x_1 + x_2 \leq -z \end{array} \right. \end{array}$$

۳. گزینه ۴ صحیح است.

اگر x_A ، x_B و x_C تعداد تولید ۳ قطعه A و B و C باشند، می توان با آن ها به ترتیب $\frac{x_A}{3}$ و $2x_B$ و $\frac{x_C}{2}$ محصول نهایی تولید نمود، داریم:

$$\text{Max } z = \text{Min} \left\{ \frac{x_A}{3}, 2x_B, \frac{x_C}{2} \right\}$$

$$-10 \leq x_A - x_B \leq 10$$

$$x_B - 2x_C \leq 0$$

۴. گزینه ۲ صحیح است.

$$\begin{cases} |x_1 + x_2| = y'_1 + y''_1 \\ x_1 + x_2 = y'_1 - y''_1 \end{cases} \rightarrow \text{محدودیت اضافه شده}$$

$$\begin{cases} |x_1 - 2x_2| = y'_2 + y''_2 \\ x_1 - 2x_2 = y'_2 - y''_2 \end{cases} \leftarrow \text{محدودیت اضافه شده}$$

$$x_1 = x'_1 - x''_1, \quad x_2 = x'_2 - x''_2$$

$$\text{Min } z = \frac{1}{2}(x'_1 - x''_1) - (y'_1 + y''_1)$$

$$4(x'_1 - x''_1) + \frac{1}{2}(x'_2 - x''_2) = 8$$

$$-\frac{1}{2}(x'_1 - x''_1) - 3(y'_1 + y''_2) = 6$$

$$(x'_1 - x''_1) + (x'_2 - x''_2) = y'_1 - y''_1$$

$$(x'_1 - x''_1) - 2(x'_2 - x''_2) = y'_2 - y''_2$$

$$x'_1, x''_1, x'_2, x''_2, y'_1, y''_1, y'_2, y''_2 \geq 0$$

۵. گزینه ۳ صحیح است.

$$\text{Max } z = \left| \frac{1}{4+3x_1} \right| \Rightarrow \text{Min } z = |4+3x_1|$$

$$|x_2 - 3x_1| \leq 5 \Rightarrow -5 \leq x_2 - 3x_1 \leq 5 \rightarrow \begin{cases} -x_2 + 3x_1 \geq -5 \\ x_2 - 3x_1 \geq -5 \end{cases}$$

$$\frac{1}{2x_1 - x_2} \geq 6 \Rightarrow 1 \geq 12x_1 - 6x_2 \rightarrow -12x_1 + 6x_2 \geq -1$$

۶. گزینه ۱ صحیح است.

عرض قطعات \	1	2	3	4	5	6	7	8	درخواست
30	5	3	3	2	1	1	1	0	80
40	0	1	0	2	3	0	1	2	75
60	0	0	1	0	0	2	1	1	105
ضایعات	0	20	0	10	0	0	20	10	

x_i تعداد قطعاتی که به شیوه i ام برش داده می شود. ($i=1,2,\dots,8$)
مسأله دارای ۸ متغیر و ۳ محدودیت است.

خواستن با دانستن، توانستن است...