مبحث سیمپلکس

- لطفا این تست ها را علاوه بر تست هایی که در جلسه سوم کلاس داده شده است تحلیل و بررسی نمایید.
- همچنین از مجموعه سوالاتی که در بخش سوالات کانال تلگرام سایت در درس تحقیق در عملیات بارگذاری شده است، حتما سوالات مربوط به مبحث سیمپلکس را مطالعه نمایید (لطفا حتما مطالعه شوند).
- برای تمرین بیشتر می توانید از کتاب، تست های تالیفی فصل ۳ را بزنید.

مسعود یگانه

۱. چنان‌چه جدول ابتدایی و نهایی یک مسأله به‌ترتیب زیر باشد، z جدول نهایی کدام است؟

	x_1	x_2	x_3	R_1	S_2	R_2	S_3	
z	۱-	۴-	۳-					
				جدول ابتدایی				
z								?
x_2								۳
S_2				جدول نهایی				۷
x_1								۲

۱) ۳۳ ۲) ۱۴

۳) ۲۰ ۴) ۳۵

پاسخ. گزینه «۲»

برای نو شتن جدول سیمپلکس، قرینه ضرایب متغیرها در تابع هدف، در سطر z جدول ابتدایی نو شته می شود. پس با توجه به جدول ابتدایی داده شده، می‌توان تابع هدف را به‌دست آورد که برابر است با:

$$z = x_1 + ۴x_2 + ۳x_3$$

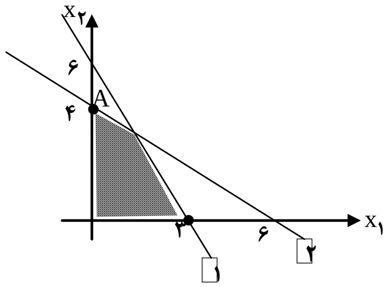
حال با توجه به این‌که مقدار متغیرهای پایه‌ای برابر است با مقادیر سمت راست جدول، پس خواهیم داشت:

$x_2 = ۳$ ، $x_1 = ۲$ و x_3 نیز چون غیرپایه‌ای ا ست برابر صفر می‌با شد، حال با جایگذاری مقادیر متغیرها در تابع هدف، می‌توان مقدار z را به‌دست آورد که برابر است با:

$$z = x_1 + ۴x_2 + ۳x_3$$
$$z = ۲ + ۴(۳) + ۳(۰) = ۱۴$$

۲. در تکرار مربوط به نقطه گوشه A، ستون RHS کدام است؟ (اعداد سمت راست جدول)

$$\max z = ۵x_۱ + ۴x_۲$$
$$۲x_۱ + x_۲ \le ۶$$
$$۲x_۱ + ۳x_۲ \le ۱۲$$
$$x_j \ge ۰$$



۱) $\begin{bmatrix} ۱/۵ \\ ۴/۵ \end{bmatrix}$ ۲) $\begin{bmatrix} ۲ \\ ۴ \end{bmatrix}$

۳) $\begin{bmatrix} \frac{۶}{۷} \\ \frac{۲۴}{۷} \end{bmatrix}$ ۴) $\begin{bmatrix} \frac{۲}{۳} \\ ۹ \end{bmatrix}$

پاسخ. گزینه «۲»

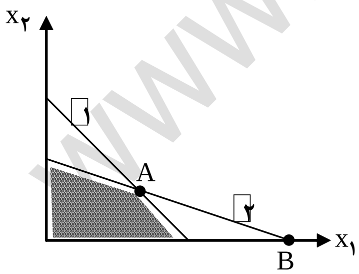
مدل دو محدودیت دارد، پس ۲ متغیر اساسی خواهد داشت. مختصات نقطه $(۰,۴)$ می‌باشد که $x_۱ = ۰$ و $x_۲ = ۴$ است و نقطه داخل محدودیت اول قرار دارد پس $S_۱ > ۰$ و چون روی محدودیت دوم است $S_۲ = ۰$ می‌باشد. پس دو متغیر ا سا سی ما عبارتند از $x_۲$ و $S_۱$ و دو متغیر $x_۱$ و $S_۲$ غیرا سا سی و صفر خواهند بود. حال می‌توانیم با جایگذاری مقادیر متغیرها در محدودیت‌ها مقدار $S_۱$ را نیز به‌دست آوریم.

$$\begin{cases} ۲x_۱ + x_۲ + S_۱ = ۶ \\ ۲x_۱ + ۳x_۲ + S_۲ = ۱۲ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} ۲(۰) + ۴ + S_۱ = ۶ \\ S_۱ = ۲ \quad , \quad x_۲ = ۴ \end{cases}$$

---

۳. مسأله زیر را درنظر بگیرید:

$$\max z = x_۱ + ۳x_۲$$
$$۲x_۱ + x_۲ \le ۱۰$$
$$۲x_۱ + ۴x_۲ \le ۲۰$$
$$x_j \ge ۰$$



اگر از گوشه A به گوشه B بخواهیم برویم، کدام گزینه درست است؟

۱) $x_۱$ خروجی و $S_۱ < ۰$ وارد می‌شود.

۲) $x_۲$ خروجی و $S_۱ > ۰$ وارد می‌شود.

۳) $x_۲$ خروجی و $S_۱ < ۰$ وارد می‌شود.

۴) x_1 خروجی و $S_2 > 0$ وارد می‌شود.

پاسخ. گزینه «۳»

از آن‌جا که مسأله **۲** محدودیت دارد، پس **۲** متغیر اساسی خواهیم داشت که با توجه به وضعیت نقاط نسبت به محدودیت‌ها و محور مختصات می‌توانیم دریابیم که در هر گوشه دو متغیر اساسی کدامند. گوشه A روی محدودیت اول و دوم قرار دارد پس $S_1 = S_2 = 0$ می‌باشد و از آن‌جا که x_1 و x_2 مقدار دارند پس دو متغیر اساسی در این گوشه x_1 و x_2 خواهند بود. گوشه B روی محدودیت دوم و خارج از فضای محدودیت اول است، پس $S_2 = 0$ و $S_1 < 0$ می‌باشد و روی محور x_1 است پس $x_1 > 0$ و $x_2 = 0$ خواهد بود، که در این صورت در گوشه B، متغیرهای اساسی عبارتند از x_1 و S_1. پس اگر این متغیرها را مانند جدول زیر در پایه درنظر بگیریم، مشخص می‌شود که برای رفتن از گوشه A به گوشه B، S_1 با مقدار منفی وارد شده و x_2 خارج می‌شود:

	A
x_1	
x_2 ← خارج می‌شود	

	B
x_1	
$\downarrow S_1$ وارد می‌شود	

۴. در یک مسأله سیمپلکس کدام گزینه نادرست است؟

۱) اگر متغیری وارد پایه شود، آن‌گاه بلافاصله در جدول بعدی نمی‌تواند از پایه خارج شود.

۲) اگر متغیری از پایه خارج شود، بلافاصله در جدول بعدی نمی‌تواند وارد پایه شود.

۳) وجود محدودیت زائد در مدل ممکن است به حالت تبهگنی منجر شود.

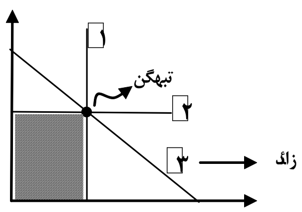
۴) حذف یک محدودیت فعال ممکن است باعث بهبود جواب شود.

پاسخ. گزینه «۱»

برای آن‌که ببینیم کدام گزینه نادرست است، گزینه‌ها را یک به یک بررسی می‌کنیم:

گزینه اول و دوم: دقت کنیم که متغیر ورودی به محض وارد شدن می‌تواند در جدول بعدی خارج شود ولی یک متغیر خروجی بلافاصله وارد نمی شود و برای ورود مجدد، حداقل یک جدول باید گذشته باشد. پس در نتیجه گزینه **۱** غلط و گزینه **۲** درست می‌باشد.

گزینه ۳: در جمله گفته شده ممکن است و قطعی بیان نشده، پس با آوردن یک مثال می‌توان این گزینه را تأیید کرد، به‌عنوان مثال به شکل روبه‌رو توجه کنید:



گزینه ۴: حذف یک محدودیت فعال همیشه باعث افزایش منطقه موجه می‌شود و احتمالاً باعث بهبود تابع هدف است، اما حذف یک محدودیت زائد تأثیری بر منطقه و تابع هدف ندارد.

---

۵. شرط خروجی شدن x_3 در جدول زیر کدام است؟

	x_1	x_2	x_3	S_1	S_2	S_3	
z	0	$-b$	0	-2	$+3$	0	a
x_1	1	-4	0	9	1	0	y_1
x_3	0	α_1	1	-6	-1	0	1
S_3	0	β_1	0	0	2	1	y_3

$y_1, y_3, a, b, \alpha_1, \beta_1 > 0$

۱) $\alpha_1 < y_3 < \beta_1$

۲) $\beta_1 < \alpha y_3$

۳) $y_3 < \frac{\beta_1}{\alpha_1}$

۴) $\alpha_1 < \frac{y_3}{\beta_1}$

پاسخ. گزینه «۲»

می‌دانیم که متغیر خروجی در ستون لولا، عدد مثبت دارد (چرا که متغیر خروجی از طریق مینیمم نسبت اعداد سمت راست بر اعداد مثبت ستون لولا انتخاب می‌شود)، پس در این صورت تنها شانس خارج شدن x_3 زمانی است که x_2 ورودی شود. (اگر S_1 یا S_2 ورودی باشند، با توجه به منفی بودن x_3 در ستون آن‌ها، x_3 نمی‌تواند خارج شود).

	x_2	S_1	S_2	
	$-b$			
	-4			
x_3	α_1	-6	-1	1
S_3	β_1			y_3

متغیر x_3 زمانی خروجی خواهد بود که نسبت اعداد سمت راست به اعداد مثبت ستون لولا (در اینجا x_2) برای x_3 مینیمم باشد، پس باید:

$$\frac{1}{\alpha_1} < \frac{y_3}{\beta_1} \Rightarrow \beta_1 < \alpha_1 y_3$$

---

۶. کدام گزینه شرط کافی برای تباهیده بودن نقطه گوشه مجاور نقطه گوشه فعلی می‌باشد؟

	x_1	x_2	S_1	S_2	S_3	
z	z	w			4	
x_1	$\frac{1}{a}$	$\frac{1}{c}$				m
S_2	b	d				n

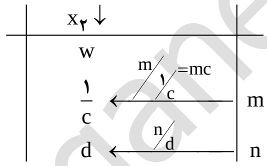
۱) $md = nc\ ,\ w < z < 0$ ۲) $mb = na\ ,\ z < w < 0$

۳) $mcd = n\ ,\ z < w < 0$ ۴) $mab = n\ ,\ z < w < 0$

پاسخ. گزینه «۴»

اگر در جدول سیمپلکس هم‌زمان بیش از یک متغیر کاندید خروج باشند، یعنی مینمم نسبت اعداد سمت راست به اعداد مثبت ستون لولا برای بیش از ۲ متغیر برابر باشد، تبهگن خواهیم داشت. در این‌جا نیز اگر گوشه بعدی بخواهد تبهگن باشد باید در این جدول دو کاندید خروج داشته باشیم، که شرایط را در صورت ورودی بودن x_1 یا x_2 برای تبهگنی بررسی می‌کنیم:

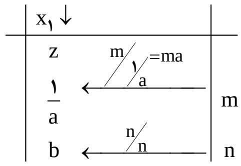
اگر x_2 ورودی شود



$\Rightarrow mc = \frac{n}{d} \Rightarrow mcd = n$

$w < z < 0$ شرط منفی‌تر شدن x_2 و ورودی بودن آن

اگر x_1 ورودی شود



$\Rightarrow ma = \frac{n}{b} \Rightarrow mab = n$

$z < w < 0$ شرط منفی‌تر شدن x_1 و ورودی بودن آن

که در گزینه‌ها شرایط تبهگنی درصورتی‌که x_1 ورودی باشد، وجود دارد.

تذکر: برای تشخیص تبهگنی در جداول سیمپلکس، علاوه بر داشتن بیش از یک متغیر کاندید خروج، ۲ راه دیگر نیز وجود دارد:

۱. اگر در سمت راست جدول سیمپلکس صفر داشته باشیم، تبهگن داریم. یعنی اگر یک متغیر اساسی مقدار صفر بگیرد، در آن صورت تبهگن خواهیم داشت.

۲. اگر مقدار تابع در دو جدول پیاپی یکسان باشد ولی هم‌زمان هردو جدول بهینه نباشند، نشان‌دهنده وجود تبهگنی است.

---

۷. مقدار بهینه تابع هدف مسأله زیر با فرض پایه بودن متغیرهای تصمیم کدام است؟

$$\begin{aligned} \min z = \ & 3x_1 - x_2 - 3x_3 \\ & -x_1 + x_2 + 2x_3 \le 6 \\ & x_1 - \frac{1}{3}x_2 - x_3 \ge -3 \\ & 2x_1 + x_2 \quad\quad = 3 \\ & x_j \ge 0 \end{aligned}$$

۱) ۳−   ۲) ۴−   ۳) ۳   ۴) ۹−

پاسخ. گزینه «۴»

مسأله ۳ محدودیت دارد، پس ۳ متغیر اساسی خواهد داشت.

از آن‌جا که گفته متغیرهای تصمیم (x_jها) اساسی هستند، پس بقیه متغیرها یعنی متغیرهای کمکی و مصنوعی Sها و Rها صفر خواهند بود، و محدودیت‌ها به شکل مساوی می‌شوند و مدل به شکل زیر درمی‌آید:

$$\begin{aligned} \min z &= ۳x_۱ - x_۲ - ۳x_۳ \\ & -x_۱ + x_۲ + ۲x_۳ = ۶ \\ & x_۱ - \frac{۱}{۳}x_۲ - x_۳ = -۳ \\ & ۲x_۱ + x_۲ = ۰ \\ & x_j \geq ۰ \end{aligned}$$

با کمی دقت متوجه می‌شویم که تابع هدف و محدودیت دوم رابطه خطی دارند و با ضرب محدودیت دوم در عدد ۳، تابع به‌دست می‌آید، و از آن‌جا که محدودیت به‌صورت مساوی است، پس مقدار تابع هدف نیز مشخص می‌شود:

$$\begin{aligned} &\min z = ۳x_۱ - x_۲ - ۳x_۳ \\ &x_۱ - \frac{۱}{۳}x_۲ - x_۳ = -۳ \xrightarrow{\times ۳} ۳x_۱ - x_۲ - ۳x_۳ = -۹ \end{aligned}$$

پس $Z^* = -۹$ خواهد بود.

---

۸. در جدول بهینه مدل زیر، متغیرهای $x_۲$ و $x_۳$ در پایه هستند، حذف کدام محدودیت تأثیری در جواب بهینه ندارد؟

$$\begin{aligned} \max z &= ۳x_۱ + ۲x_۲ + ۵x_۳ \\ & x_۱ + ۲x_۲ + x_۳ \leq ۱۰ \\ & ۳x_۱ + ۲x_۳ \leq ۸ \\ & x_۱ + ۴x_۲ \leq ۸ \end{aligned}$$

۱) محدودیت اول
۲) محدودیت دوم
۳) محدودیت سوم
۴) محدودیت دوم و سوم

پاسخ. گزینه «۱»

از آن‌جا که ۳ محدودیت داریم، پس باید ۳ متغیر اساسی داشته باشیم، ولی در صورت سؤال به ۲ تا از آن‌ها اشاره شده است، پس باید بررسی کنیم ببینیم کدام متغیر کمکی می‌تواند با $x_۲$ و $x_۳$ اساسی باشد و جواب موجه داشته باشد.

اگر $x_۲$، $x_۳$ و $S_۲$ پایه‌ای باشند $\Rightarrow \begin{cases} ۲x_۲+x_۳=۱۰ \\ ۲x_۳+S_۲=۸ \\ ۴x_۲=۸ \end{cases}$

جواب: $x_۲=۲$، $x_۳=۶$، $S_۲=-۴<۰$ $\Rightarrow$

اگر $x_۲$، $x_۳$ و $S_۱$ پایه‌ای باشند. $\Rightarrow \begin{cases} ۲x_۲+x_۳+S_۱=۱۰ \\ ۲x_۳=۸ \\ ۴x_۲=۸ \end{cases}$

جواب: $x_۲=۲$، $x_۳=۴$، $S_۱=۲$ $\Rightarrow$

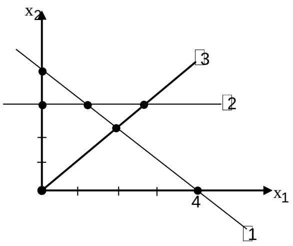
اگر $x_۲$، $x_۳$ و $S_۳$ پایه‌ای باشند $\Rightarrow \begin{cases} ۲x_۲+x_۳=۱۰ \\ ۲x_۳=۸ \\ ۴x_۲+S_۳=۸ \end{cases}$

جواب: $x_۲=۳$، $x_۳=۴$، $S_۳=-۴<۰$ ناموجه

پس $x_۲$ و $x_۳$ فقط با $S_۱$ می‌توانند جواب موجه داشته باشند پس فقط $S_۱$ پایه‌ای می‌باشد، در این صورت می‌توانیم نتیجه بگیریم که چون $S_۱>۰$ است پس فقط بهینه روی محدودیت اول قرار ندارد و محدودیت اول قابل حذف کردن است.

---

۹. فرض کنید شکل ترسیم یک مسأله که با سیمپلکس حل می‌شود به‌صورت زیر باشد. اگر از نقطه (۴،۰) بخواهیم به گوشه بعد برویم و متغیر $x_۲$ واردشونده باشد، مقدار تست نسبت برای تعیین خروجی کدام است؟



۱) $\frac{۱}{۲}$ ۲) $\frac{۳}{۲}$

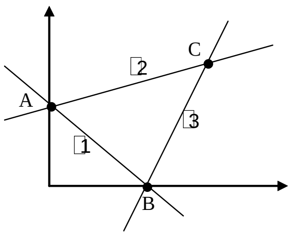
۳) ۲ ۴) ۱

پاسخ. گزینه «۳»

همان‌طورکه در سؤال‌های قبل هم توضیح داده شد، می‌دانیم که min نسبت با عدد سمت راست متغیر جدیدی که در جدول وارد می‌شود برابر است. در شکل هم اگر بخواهیم از نقطه (۴،۰) حرکت کنیم و $x_۲$ را وارد کنیم، بایستی ببینیم $x_۲$ با چه مقداری وارد پایه می‌شود که آن مقدار همان min نسبت خواهد بود، با توجه به شکل از نقطه (۴،۰) با ورود $x_۲$ به سمت نقطه (۲،۲) حرکت می‌کنیم، که یعنی $x_۲$ با مقدار ۲ وارد پایه می‌شود پس مینیمم نسبت برابر ۲ می‌باشد.

---

۱۰. در مراحل یک مسأله خطی که فضای حل آن به صورت زیر است. اگر در نقطه B قرار داشته باشیم (S_3 و x_1 و S_2 = پایه) حداقل چند تکرار برای رفتن به پایه C لازم است؟



۱) ۴ ۲) ۳

۳) ۲ ۴) ۱

پاسخ. گزینه «۳»

ابتدا متغیرهای اساسی را در نقطه C بررسی می‌کنیم، نقطه C داخل ربع اول است و هم x_1 و هم x_2 مقدار دارند، از طرفی این نقطه داخل فضای محدودیت اول است پس $S_1 > 0$ می‌باشد، پس سه متغیر اساسی ما در نقطه C عبارتند از: x_1، x_2 و S_1.

اگر در ۲ جدول متغیرهای پایه‌ای را با هم مقایسه کنیم:

	نقطه B
z	
S_2	
x_1	
S_3	

	نقطه C
z	
x_1	
x_2	
S_1	

همان‌طورکه مشاهده می‌شود، این ۲ جدول فقط در متغیر x_1 مشترک هستند، پس ۲ متغیر خارج شده و ۲ متغیر جدید جایگزین شده، اما همان‌طورکه می‌دانیم در هر جدول سیمپلکس فقط یک متغیر خارج شده و یک متغیر وارد می‌شود، پس ما برای رفتن از نقطه B به نقطه C حداقل به ۲ تکرار نیاز داریم.

۱۱.جدول سیمپلکس زیر را درنظر بگیرید:

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	
x_2	۱	۱	۰	۴	۰	−۷	۲
x_5	۳	۰	۰	۹	۱	۶	۶
x_3	−۲	۰	۱	۵	۰	۲	۳

برای این مسأله پایه منحط (تبهگن) کدام است؟

۱) (x_4, x_5, x_3) ۲) (x_2, x_1, x_3)

۳) (x_2, x_5, x_3) ۴) (x_6, x_5, x_3)

پاسخ. گزینه «۲»

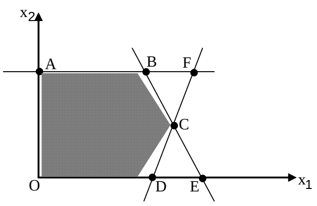
برای این‌که تبهگنی داشــته باشــیم، باید پس از انتخاب ورودی، هم‌زمان بیش از یک متغیر کاندید خروج باشــد و چون سطر z داده نشده پس می‌توان هر متغیر غیرا سا سی را ورودی فرض کرد، که با این شرایط فقط در ستون $x_{۱}$ چنین چیزی امکان‌پذیر است.

	$x_{۱}$		
$x_{۲}$	۱	$\frac{۲}{۱}=۲$ ←	۲
$x_{۵}$	۳	$\frac{۶}{۳}=۲$ ←	۶
$x_{۳}$	-۲	min نسبت	۳

پس در صـورت وارد شـدن $x_{۱}$، متغیرهای $x_{۲}$ و $x_{۵}$ با مینیمم نسـبت **۲** کاندید خروج می‌شـوند و $x_{۱}$ جایگزین یکی از آن‌ها می‌شود، که طبق قاعده لکسی می‌توان $x_{۵}$ را خارج کرد پس پایه بعدی $(x_{۲}, x_{۱}, x_{۳})$ خواهد شد.

---

۱۲. شکل مربوط به مسأله LP زیر را درنظر بگیرید:



$$\max z = x_{۱}$$
$$Ax \le b$$
$$x \ge ۰$$

در روش سیمپلکس با ورود متغیر $x_{۱}$ به پایه از نقطه O به سمت نقطه D حرکت خواهیم کرد، بر چه ا سا سی از نقطه O به نقطه E حرکت نخواهیم کرد؟

۱) عدم انتخاب عنصر صفر به‌عنوان عنصر محوری در تست مینیمم نسبت.

۲) عدم انتخاب عنصر منفی به‌عنوان عنصر محوری در تست مینیمم نسبت.

۳) انتخاب مینیمم‌ترین تست پس از تقسیم مقادیر سمت راست به عناصر مثبت ستون محوری در تست مینیمم

۴) حرکت به نقطه E در روش سیمپلکس امری است طبیعی.

پاسخ. گزینه «۳»

در روش ســیمپلکس با ورود یک متغیر، تســت مینیمم نســبت انجام شــده و متغیر خروجی انتخاب می‌گردد. در روش سیمپلکس درصورتی‌که متغیر خروجی اشتباه انتخاب شود از منطقه موجه خارج می‌شویم اما درصورتی‌که متغیر ورودی

را اشـــتباه انتخاب کنیم، مســـیری که قرار اســـت طی کنیم تا به نقطه بهینه برســـیم طولانی‌تر خواهد شـــد پس اگر مینیمم‌ترین ت ست انتخاب ن شود، یعنی متغیر خروجی صحیح را انتخاب نکرده و از منطقه خارج می شویم و در صورت انتخاب صحیح، در منطقه خواهیم ماند و به گوشه مجاور خواهیم رفت.

---

۱۳. در سؤال قبل، در روش سیمپلکس بر چه اساسی از نقطه O به نقطه C به‌طور مستقیم حرکت نخواهیم کرد؟

۱) ورود یک متغیر به پایه و خروج یک متغیر از پایه

۲) ورود منفی‌ترین ضریب سطر هدف

۳) خروج متغیر با استفاده از تست حداقل نسبت

۴) هیچ‌کدام

پاسخ . گزینه «۱»

هر جدول سیمپلکس یک گوشه را بررسی می‌کند و گوشه‌ها را به‌صورت پیاپی و پشت هم بررسی می‌کند، یعنی دو پایه پیاپی، معادل دو گوشه مجاور هستند.

می‌دانیم که دو گوشـــه مجاور و هم‌چنین دو پایه پیاپی تنها در یک متغیر اســـاســـی با هم متفاوتند و در هر جدول یک متغیر وارد شده و جایگزین یک متغیر خروجی می‌شود.

در این‌جا نیز تفاوت نقطه O با نقطه C در ۲ متغیر اساسی است و نیاز به ۲ جدول دارند و نمی‌توان به‌صورت مستقیم از O به نقطه C حرکت کرد.

---

۱۴. فرض کنید دســتگاه نهایی معادلات یک مدل LP به صورت زیر با شد، جواب بهینه آن چگونه اسـت؟ (x_1 و x_3 پایه‌ای هستند و مسأله حداکثرسازی است).

$$\frac{Z}{17}+\frac{2x_2}{17}+\frac{x_4}{5\times17}+\frac{3x_5}{5\times17}-1=0$$
$$3x_1-x_2+x_4-x_5-5=0$$
$$5x_2+5x_3-x_4+2x_5-15=0$$

۱) بهینه چندگانه
۲) بدون منطقه موجه

۳) تبهگن
۴) فاقد حالت خاص

پاسخ. گزینه «۴»

اگر سطر z را در عدد ۱۷ ضرب کنیم مقدار z در جدول نهایی قابل محاسبه خواهد بود، هم‌چنین می‌دانیم متغیرهای x_1 و x_3 اساسی هستند و ویژگی متغیرهای اساسی این است که در جدول سیمپلکس، ستونشان یکه است. پس محدودیت اول را تقسیم بر ۳ و دومی را تقسیم بر ۵ می‌کنیم تا x_1 و x_3 را یکه کنیم و وارد جدول می‌کنیم تا ببینیم حالت خاصی دارد یا نه.

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	
z	۰	۲	۰	$\frac{1}{5}$	$\frac{3}{5}$	۱۷
x_1	۱	$\frac{-1}{3}$	۰	$\frac{1}{3}$	$\frac{-1}{3}$	$\frac{5}{3}$
x_3	۰	۱	۱	$\frac{-1}{5}$	$\frac{2}{5}$	۳

$$z+2x_2+\frac{x_4}{5}+\frac{3x_5}{5}=17$$
$$x_1-\frac{x_2}{3}+\frac{x_4}{3}-\frac{x_5}{3}=\frac{5}{3}$$
$$x_2+x_3-\frac{x_4}{5}+2\frac{x_5}{5}=3$$

همان‌طور که از جدول مشخص است، جدول بهینه با مقدار تابع هدف $z^*=17$ و مقدار متغیرهای $x_1=\frac{5}{3}$ و $x_3=3$ می‌باشد و حالت خاصی ندارد.

موفق باشید

مسعود یگانه